136

Numa atividade de treinamento realizada no Exército de um determinado país, três equipes – Alpha, Beta e Gama – foram designadas a percorrer diferentes caminhos, todos com os mesmos pontos de partida e de chegada.

- A equipe Alpha realizou seu percurso em 90 minutos com uma velocidade média de 6,0 km/h.
- A equipe Beta também percorreu sua trajetória em 90 minutos, mas sua velocidade média foi de 5,0 km/h.
- Com uma velocidade média de 6,5 km/h, a equipe Gama concluiu seu caminho em 60 minutos.

Com base nesses dados, foram comparadas as distâncias d_{Beta}; d_{Alpha} e d_{Gama} percorridas pelas três equipes.

A ordem das distâncias percorridas pelas equipes Alpha, Beta e Gama é

a) $d_{Gama} < d_{Beta} < d_{Alpha}$

b) $d_{Alpha} = d_{Beta} < d_{Gama}$

c) $d_{Gama} < d_{Beta} = d_{Alpha}$

d) $d_{Beta} < d_{Alpha} < d_{Gama}$

e) $d_{Gama} < d_{Alpha} < d_{Beta}$

Resolução

$$\begin{cases} d_{Alpha} = 6{,}0 \text{ km/h} \,.\, 1{,}5\text{h} = 9 \text{ km} \\ d_{Beta} = 5{,}0 \text{ km/h} \,.\, 1{,}5\text{h} = 7{,}5 \text{ km} \\ d_{Gama} = 6{,}5 \text{ km/h} \,.\, 1\text{h} = 6{,}5 \text{ km} \end{cases}$$

Logo: $d_{Gama} < d_{Beta} < d_{Alpha}$

Resposta: A

O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu “colesterol bom“ com a taxa do seu “colesterol ruim“. Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de “colesterol bom”, porém, taxa do “colesterol ruim” (também chamado LDL) de 280 mg/dL.

O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas de LDL em adultos.

Taxa de LDL (mg/dL)	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito Alta	190 ou mais

Disponível em: www.minhavida.oom.br.
Acesso em: 15 out. 2015 (adaptado).

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa de LDL.

De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é

a) ótima.

b) próxima de ótima.

c) limite.

d) alta.

e) muito alta.

Resolução

Após os dois exames, o LDL do paciente será 80% . 75% . 280 mg/dL = 168 mg/dL
e, portanto, será uma taxa alta.

Resposta: D

Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de panfletos distribuídos, enquanto que a alcançada por um anúncio na rádio seja igual à quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1 500 pessoas. Já a produção e a distribuição dos panfletos custam R$ 180,00 cada 1 000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente.

O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão

a) $\dfrac{50X}{4} + \dfrac{50Y}{9}$

b) $\dfrac{50X}{9} + \dfrac{50Y}{4}$

c) $\dfrac{4X}{50} + \dfrac{4Y}{50}$

d) $\dfrac{50}{4X} + \dfrac{50}{9Y}$

e) $\dfrac{50}{9X} + \dfrac{50Y}{4Y}$

Resolução

O número de pessoas atingidas pela campanha na rádio é:

$$\frac{X}{120} \cdot 1500 = \frac{50X}{4}$$

O número de pessoas atingidas pela distribuição de folhetos é:

$$\frac{Y}{180} \cdot 1000 = \frac{50Y}{9}$$

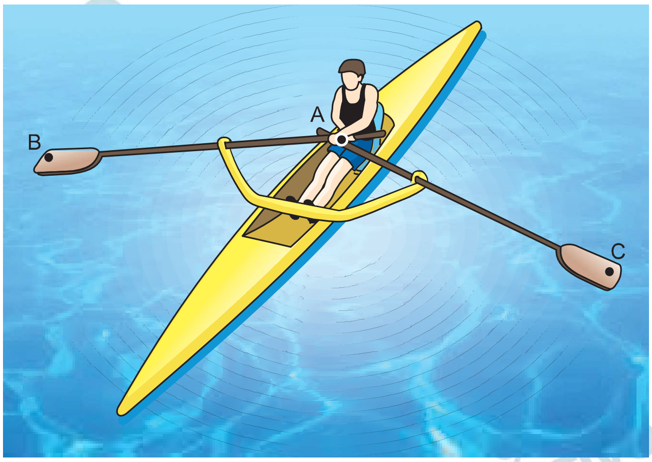
O número total de pessoas alcançadas pela campanha é

$$\frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$$

Resposta: A

O remo de assento deslizante é um esporte que faz uso de um barco e dois remos do mesmo tamanho.

A figura mostra uma das posições de uma técnica chamada afastamento.



Disponível em: www.remobrasil.com.
Acesso em: 6 dez. 2017 (adaptado).

Nessa posição, os dois remos se encontram no ponto A e suas outras extremidades estão indicadas pelos pontos B e C. Esses três pontos formam um triângulo ABC cujo ângulo BÂC tem medida de 170°.

O tipo de triângulo com vértices nos pontos A, B e C, no momento em que o remador está nessa posição, é

a) retângulo escaleno.

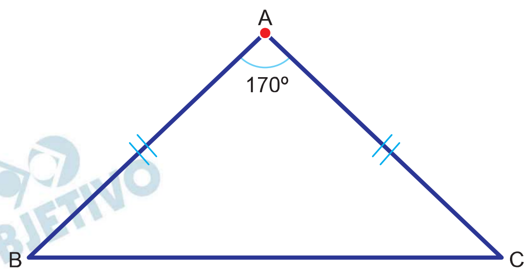
b) acutângulo escaleno.

c) acutângulo isósceles.

d) obtusângulo escaleno.

e) obtusângulo isósceles.

Resolução



De acordo com o texto os pontos A, B e C formam um triângulo onde AB = AC e m(BÂC) = 170°, que é um triângulo obtusângulo e isósceles.

Resposta: E

Um rapaz estuda em uma escola que fica longe de sua casa, e por isso precisa utilizar o transporte público.

Como é muito observador, todos os dias ele anota a hora exata (sem considerar os segundos) em que o ônibus passa pelo ponto de espera. Também notou que nunca consegue chegar ao ponto de ônibus antes de 6 h 15 min da manhã. Analisando os dados coletados durante o mês de fevereiro, o qual teve 21 dias letivos, ele concluiu que 6 h 21 min foi o que mais se repetiu, e que a mediana do conjunto de dados é 6 h 22 min.

A probabilidade de que, em algum dos dias letivos de fevereiro, esse rapaz tenha apanhado o ônibus antes de 6 h 21 min da manhã é, no máximo,

a) $\dfrac{4}{21}$

b) $\dfrac{5}{21}$

c) $\dfrac{6}{21}$

d) $\dfrac{7}{21}$

e) $\dfrac{8}{21}$

Resolução

Considerando 21 dias letivos, a mediana (6h22min) é o tempo do 11º termo do rol e 6h21min é a moda.
Para a probabilidade de chegar antes de 6h21min ser máxima, a frequência da moda é 3 e, portanto, o número de dias favoráveis é 7.

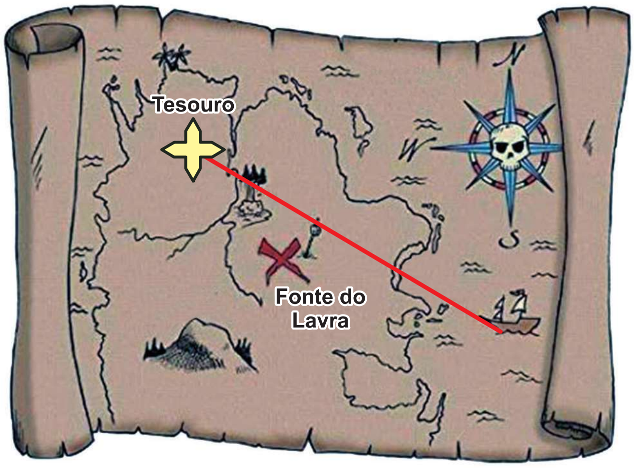
Assim, a probabilidade pedida é $\dfrac{7}{21}$.

Resposta: D

141

Um mapa é a representação reduzida e simplificada de uma localidade. Essa redução, que é feita com o uso de uma escala, mantém a proporção do espaço representado em relação ao espaço real.

Certo mapa tem escala 1 : 58 000 000.



Disponível em: http://oblogdedaynabrigth.blogspot.com.br.
Acesso em: 9 ago. 2012.

Considere que, nesse mapa, o segmento de reta que liga o navio à marca do tesouro meça 7,6 cm.

A medida real, em quilômetro, desse segmento de reta é

a) 4 408.

b) 7 632.

c) 44 080.

d) 76 316.

e) 440 800.

Resolução

A medida real, é

7,6 cm . 58 000 000 = 440 800 000 cm = 4 408 km

Resposta: A

Um produtor de milho utiliza uma área de 160 hectares para as suas atividades agrícolas. Essa área é dividida em duas partes: uma de 40 hectares, com maior produtividade, e outra, de 120 hectares, com menor produtividade.

A produtividade é dada pela razão entre a produção, em tonelada, e a área cultivada. Sabe-se que a área de 40 hectares tem produtividade igual a 2,5 vezes à da outra. Esse fazendeiro pretende aumentar sua produção total em 15%, aumentando o tamanho da sua propriedade. Para tanto, pretende comprar uma parte de uma fazenda vizinha, que possui a mesma produtividade da parte de 120 hectares de suas terras.

Qual é a área mínima, em hectare, que o produtor precisará comprar?

a) 36

b) 33

c) 27

d) 24

e) 21

Resolução

Sendo p e 2,5p as produtividades das áreas 120ha e 40ha, respectivamente, a produção é:

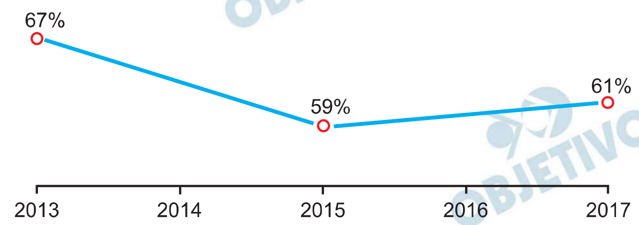
$120p + 40 \cdot 2{,}5p = 220\,p$

Comprando uma parte de uma fazenda vizinha, a nova produção terá um aumento de

$15\% \cdot 220p = 33 \cdot p$, portanto a área a ser comprada é de 33 ha.

Resposta: B

A raiva é uma doença viral e infecciosa, transmitida por mamíferos. A campanha nacional de vacinação antirrábica tem o objetivo de controlar a circulação do vírus da raiva canina e felina, prevenindo a raiva humana. O gráfico mostra a cobertura (porcentagem de vacinados) da campanha, em cães, nos anos de 2013,2015 e 2017, no município de Belo Horizonte, em Minas Gerais. Os valores das coberturas dos anos de 2014 e 2016 não estão informados no gráfico e deseja-se estimá-los. Para tal, levou-se em consideração que a variação na cobertura de vacinação da campanha antirrábica, nos períodos de 2013 a 2015 e de 2015 a 2017, deu-se de forma linear.



Disponível em: http://pni.datasus.gov.br.Acesso em: 5 nov. 2017.

Qual teria sido a cobertura dessa campanha no ano de 2014?

a) 62,3%

b) 63,0%

c) 63,5%

d) 64,0%

e) 65,5%

Resolução

A cobertura dessa campanha no ano de

2014 foi $\dfrac{67\% + 59\%}{2} = 63\%$

Resposta: B

144

Uma empresa de comunicação tem a tarefa de elaborar um material publicitário de um estaleiro para divulgar um novo navio, equipado com um guindaste de 15 m de altura e uma esteira de 90 m de comprimento.

No desenho desse navio, a representação do guindaste deve ter sua altura entre 0,5 cm e 1 cm, enquanto a esteira deve apresentar comprimento superior a 4 cm.

Todo o desenho deverá ser feito em uma escala 1 : X.

Os valores possíveis para X são, apenas,

a) $X > 1\,500$.

b) $X < 3\,000$.

c) $1\,500 < X < 2\,250$.

d) $1\,500 < X < 3\,000$.

e) $2250 < X < 3000$.

Resolução

1) Altura real do guindaste é 15 m = 1500 cm e o comprimento real da esteira é 90 m = 9000 cm

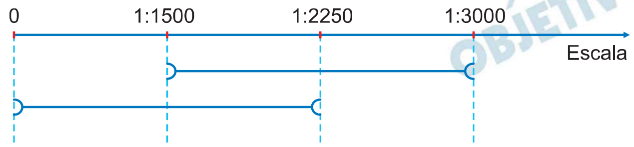
2) Seja 1: X_g a escala em que o guindaste será desenhado. Temos $\dfrac{1500}{1} < X_g < \dfrac{1500}{0{,}5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1500 < x < 3000$

3) Seja 1: X_e a escala em que a esteira será desenhada. Como, no desenho, o comprimento da esteira deve ser superior a 4 cm temos

$\dfrac{9000}{X_e} > 4 \Leftrightarrow X_e < 2250$

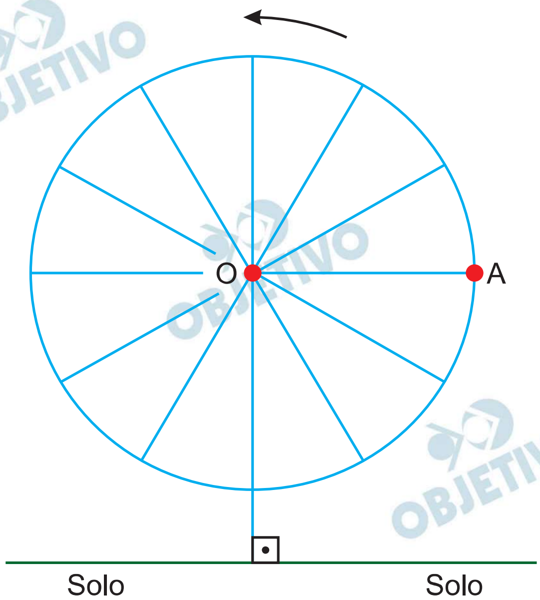
4) Desta forma



e, portanto, $1500 < x < 2250$.

Resposta: C

Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a *High Roller*, situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda-gigante, no qual o ponto A representa uma de suas cadeiras:

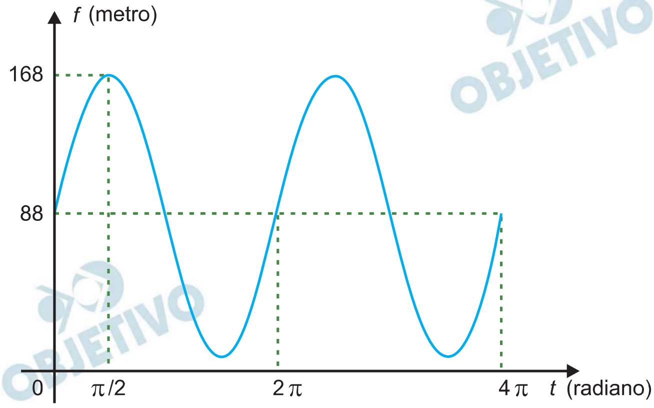


Disponível em: http://en.wikipedia.org.
Acesso em: 22 abr. 2014. (adaptado).

A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a *High Roller* no sentido anti-horário, em torno do ponto O.

Sejam *t* o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e *f* a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de *t*.

Após duas voltas completas, f tem o seguinte gráfico:



A expressão da função altura é dada por

a) f(t) = 80sen(t) + 88

b) f(t) = 80cos(t) + 88

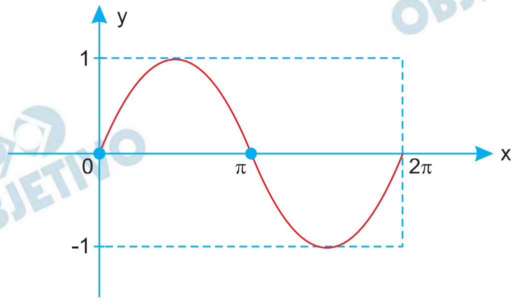
c) f(t) = 88cos(t) + 168

d) f(t) = 168sen(t) + 88cos(t)

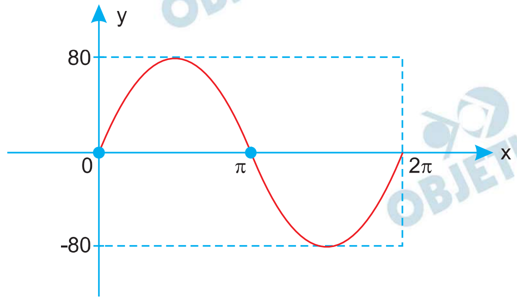
e) f(t) = 88sen(t) + 168cos(t)

Resolução

Lembrando que o gráfico y = sen(t), no intervalo [0; 2π] é do tipo



o gráfico da função g(t) = 80sen(t) é do tipo

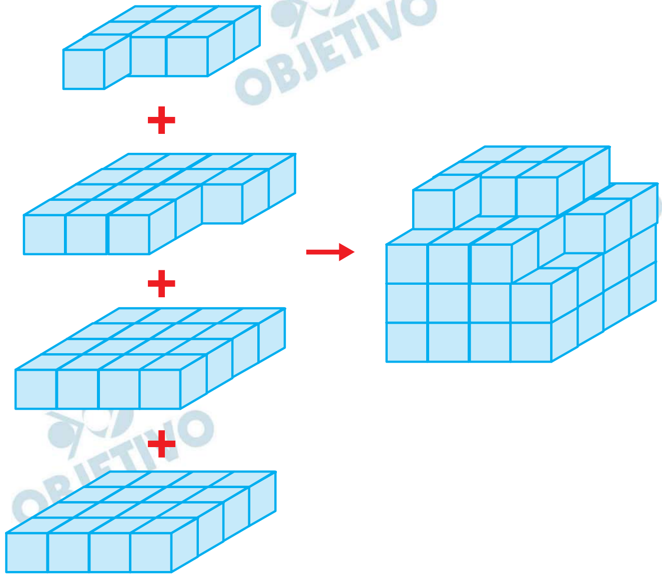


O gráfico apresentado é este, deslocado 88 unidades para cima e, portanto, da função f(t) = 80sen(t) + 88

Resposta: A

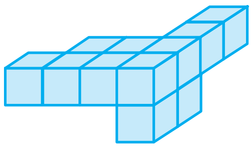
Minecraft é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos.

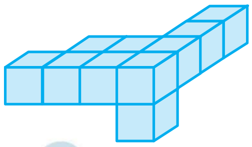
Um jogador deseja construir um cubo com dimensões 4 x 4 x 4. Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.

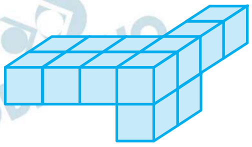


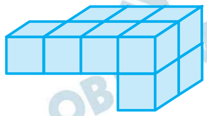
Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar a construção do cubo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa.

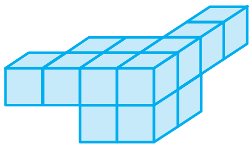
O formato da peça capaz de completar o cubo 4 x 4 x 4 é

a) 

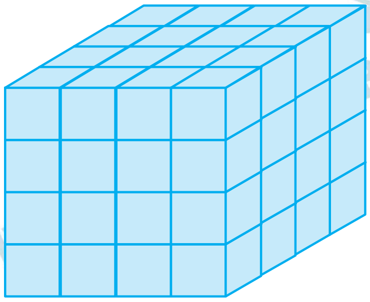
b) 

c) 

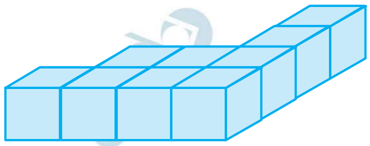
d) 

e) 

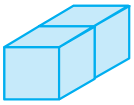
Resolução



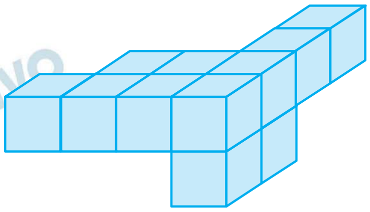
A peça que falta na primeira camada é do tipo



A peça que falta na segunda camda é do tipo



Juntando ambas resulta a peça da alternativa A



Resposta: A

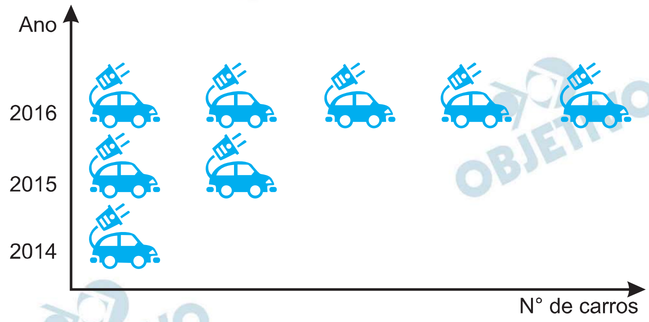
147

De acordo com um relatório recente da Agência Internacional de Energia (AIE), o mercado de veículos elétricos atingiu um novo marco em 2016, quando foram vendidos mais de 750 mil automóveis da categoria.

Com isso, o total de carros elétricos vendidos no mundo alcançou a marca de 2 milhões de unidades desde que os primeiros modelos começaram a ser comercializados em 2011.

No Brasil, a expansão das vendas também se verifica.

A marca A, por exemplo, expandiu suas vendas no ano de 2016, superando em 360 unidades as vendas de 2015, conforme representado no gráfico.



Disponível em: www.tecmundo.com.br. Acesso em: 5 dez. 2017.

A média anual do número de carros vendidos pela marca A, nos anos representados no gráfico, foi de

a) 192. b) 240. c) 252.

d) 320. e) 420.

Resolução

Se a representação gráfica apresenta em 2016, 5 "carrinhos" e em 2015 apenas 2 "carrinhos", de 2015 para 2016 a expansão de vendas corresponde a $5 - 2 = 3$ "carrinhos".

Chamado de "v" o número de veículos elétricos correspondente a cada carrinho, temos:

$$3v = 360 \Rightarrow v = 120$$

Assim;

em 2014 foram vendidos 120 veículos

em 2015 foram vendidos 2 x 120 = 240 veículos

em 2016 foram vendidos 5 x 120 = 600 veículos

Desta forma, a média anual do número de carros elétricos vendidos pela marca A foi

$$\frac{120 + 240 + 600}{3} = \frac{960}{3} = 320.$$

Resposta: D

Para apagar os focos A e B de um incêndio, que estavam a uma distância de 30 m um do outro, os bombeiros de um quartel decidiram se posicionar de modo que a distância de um bombeiro ao foco A, de temperatura mais elevada, fosse sempre o dobro da distância desse bombeiro ao foco B, de temperatura menos elevada.

Nestas condições, a maior distância, em metro, que dois bombeiros poderiam ter entre eles é

a) 30.

b) 40.

c) 45.

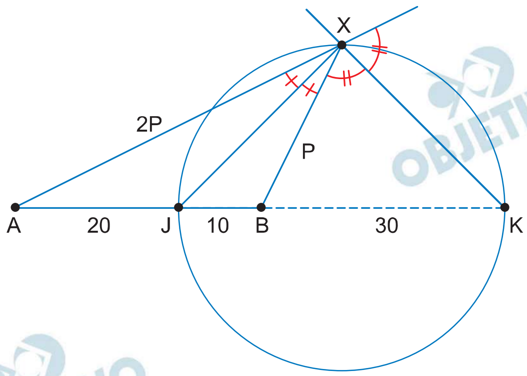
d) 60.

e) 68.

Resolução

1) **Se os bombeiros se posicionam de forma que a distância deles ao foco A é o dobro da distância deles ao foco B, as posições X que eles poderão ocupar são tais que $\dfrac{XA}{XB} = \dfrac{2}{1}$.**

2) **Os pontos X do plano que contém o segmento AB e satisfazem a relação $\dfrac{XA}{XB} = \dfrac{2}{1}$ estão em uma circunferência de diâmetro $\overline{JK}$, tais que $\dfrac{AJ}{JB} = \dfrac{AK}{KB} = \dfrac{XA}{XB} = \dfrac{2}{1}$, conforme a figura e o teorema da bissetriz.**



3) **A maior distância, em metros, que dois bombeiros poderiam ter entre eles é a medida do diâmetro $\overline{JK}$, ou seja, 30 + 10 = 40.**

Resposta: B

Torneios de tênis, em geral, são disputados em sistema de eliminatória simples. Nesse sistema, são disputadas partidas entre dois competidores, com a eliminação do perdedor e promoção do vencedor para a fase seguinte. Dessa forma, se na 1ª fase o torneio conta com 2n competidores, então na 2ª fase restarão n competidores, e assim sucessivamente até a partida final.

Em um torneio de tênis, disputado nesse sistema, participam 128 tenistas.

Para se definir o campeão desse torneio, o número de partidas necessárias é dado por

a) 2 x 128

b) 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2

c) 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1

d) 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2

e) 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1

Resolução

Com 128 tenistas a primeira fase terá 64 partidas. Com 64 tenistas a segunda fase terá 32 partidas e assim por diante.
O número total de partidas é
64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 127

Resposta: E

150

O artigo 33 da lei brasileira sobre drogas prevê a pena de reclusão de 5 a 15 anos para qualquer pessoa que seja condenada por tráfico ilícito ou produção não autorizada de drogas. Entretanto, caso o condenado seja réu primário, com bons antecedentes criminais, essa pena pode sofrer uma redução de um sexto a dois terços.

Suponha que um réu primário, com bons antecedentes criminais, foi condenado pelo artigo 33 da lei brasileira sobre drogas.

Após o beneficio da redução de pena, sua pena poderá variar de

a) 1 ano e 8 meses a 12 anos e 6 meses.

e) 1 ano e 8 meses a 5 anos.

c) 3 anos e 4 meses a 10 anos.

d) 4 anos e 2 meses a 5 anos.

e) 4 anos e 2 meses a 12 anos e 6 meses.

Resolução

1) 5 anos = 5 . 12 meses = 60 meses.
15 anos = 15 . 12 meses = 180 meses.

2) Lembrando que $\frac{1}{6} < \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ **e que a pena é mínima quando a redução for máxima e é máxima quando a redução for mínima, temos:**

– Penas mínima: $60 \text{ meses} - \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ meses} =$
$= 20 \text{ meses} =$ **1 ano e 8 meses.**

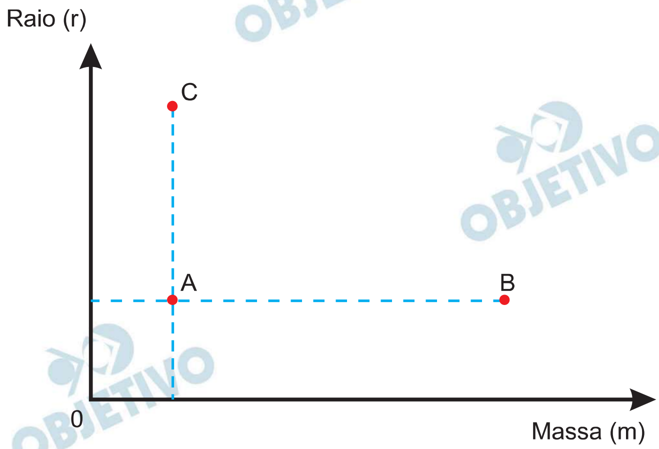
– Penas máxima: $180 \text{ meses} - \frac{1}{6} \cdot 180 \text{ meses} =$
$= 150 \text{ meses} =$ **12 anos e 6 meses.**

Resposta: A

De acordo com a Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, a intensidade da força gravitacional F que a Terra exerce sobre um satélite em órbita circular é proporcional à massa m do satélite e inversamente proporcional ao quadrado do raio r da órbita, ou seja,

$$F = \frac{km}{r^2}$$

No plano cartesiano, três satélites, A, B e C, estão representados, cada um, por um ponto (m; r) cujas coordenadas são, respectivamente, a massa do satélite e o raio da sua órbita em torno da Terra.



Com base nas posiçoes relativas dos pontos no gráfico, deseja-se comparar as intensidades F_A, F_B e F_C da força gravitacional que a Terra exerce sobre os satélites A, B e C, respectivamente.

As intensidades F_A, F_B e F_C expressas no gráfico satisfazem a relação

a) $F_C = F_A < F_B$

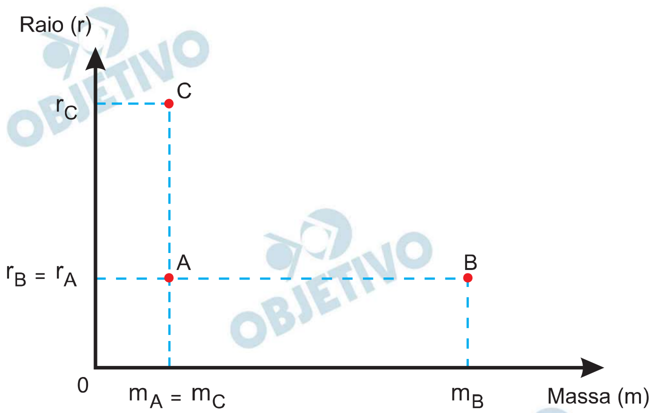
b) $F_A = F_B < F_C$

c) $F_A < F_B < F_C$

d) $F_A < F_C < F_B$

e) $F_C < F_A < F_B$

Resolução



$$F_A = \frac{km_A}{r_A{}^2} > \frac{km_C}{r_C{}^2} = F_C\text{, pois } m_A = m_C \text{ e } r_A < r_C$$

$$F_A = \frac{km_A}{r_A{}^2} < \frac{km_B}{r_B{}^2} = F_B\text{, pois } m_A < m_B \text{ e } r_A = r_B$$

Assim,

$$\left.\begin{array}{l} F_A > F_C \\ F_A < F_B \end{array}\right\} \Rightarrow F_C < F_A < F_B$$

Resposta: $\boxed{E}$

Os tipos de prata normalmente vendidos são 975, 950 e 925. Essa classificação é feita de acordo com a sua pureza. Por exemplo, a prata 975 é a substância constituída de 975 partes de prata pura e 25 partes de cobre em 1 000 partes da substância. Já a prata 950 é constituída de 950 partes de prata pura e 50 de cobre em 1 000; e a prata 925 é constituida de 925 partes de prata pura e 75 partes de cobre em 1 000. Um ourives possui 10 gramas de prata 925 e deseja obter 40 gramas de prata 950 para produção de uma joia.

Nessas condições, quantos gramas de prata e de cobre, respectivamente, devem ser fundidos com os 10 gramas de prata 925?

a) 29,25 e 0,75

b) 28,75 e 1,25

c) 28,50 e 1,50

d) 27,75 e 2,25

e) 25,00 e 5,00

Resolução

I) Em 10 g de prata 925 temos:

$$\frac{925}{1000} \cdot 10\text{g} = 9{,}25\text{g de prata pura.}$$

II) Em 40 g de prata 950 temos:

$$\frac{950}{1000} \cdot 40\text{g} = 38\text{g de prata pura.}$$

Assim, para obter 40g de prata 950, devemos acrescentar 38g – 9,25g = 28,75g de prata pura.

III) Em 10g de prata 925 temos:

$$\frac{75}{1000} \cdot 10\text{g} = 0{,}75\text{g de cobre.}$$

IV) Em 40g de prata 950 temos:

$$\frac{50}{1000} \cdot 40\text{g} = 2\text{g de cobre.}$$

Assim, para obter 40g de prata 950, devemos acrescentar 1,25g de cobre.

Resposta: B

Em um aeroporto, os passageiros devem submeter suas bagagens a uma das cinco máquinas de raio-X disponíveis ao adentrarem a sala de embarque. Num dado instante, o tempo gasto por essas máquinas para escanear a bagagem de cada passageiro e o número de pessoas presentes em cada fila estão apresentados em um painel, como mostrado na figura.

Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4	Máquina 5
35 segundos 5 pessoas	25 segundos 6 pessoas	22 segundos 7 pessoas	40 segundos 4 pessoas	20 segundos 8 pessoas

Um passageiro, ao chegar à sala de embarque desse aeroporto no instante indicado, visando esperar o menor tempo possível, deverá se dirigir à máquina

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

Resolução

Os tempos em que cada máquina, escanearão as bagagens de todas as pessoas das filas são
máquina 1: 5 . 35 = 175 s,
máquina 2: 6 . 25 = 150 s,
máquina 3: 7 . 22 = 154 s,
máquina 4: 4 . 40 = 160 s e
máquina 5: 8 . 20 = 160 s.
Assim, para esperar o menor tempo possível, o passageiro deverá se dirigir à máquina 2.

Resposta: B

A Comissão Interna de Prevenção de Acidentes (CIPA) de uma empresa, observando os altos custos com os frequentes acidentes de trabalho ocorridos, fez, a pedido da diretoria, uma pesquisa do número de acidentes sofridos por funcionários. Essa pesquisa, realizada com uma amostra de 100 funcionários, norteará as ações da empresa na política de segurança no trabalho.

Os resultados obtidos estão no quadro.

Número de acidentes sofridos	Número de trabalhadores
0	50
1	17
2	15
3	10
4	6
5	2

A média do número de acidentes por funcionário na amostra que a CIPA apresentará à diretoria da empresa é

a) 0,15.

b) 0,30.

c) 0,50.

d) 1,11.

e) 2,22.

Resolução

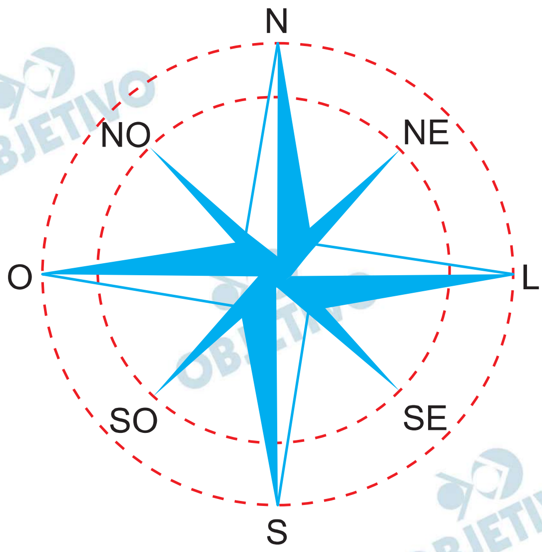
Sendo M a média, temos:

$$M = \frac{0.50 + 1.17 + 2.15 + 3.10 + 4\,.\,6 + 5\,.\,2}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = 1{,}11$$

Resposta: D

A rosa dos ventos é uma figura que representa oito sentidos, que dividem o círculo em partes iguais.



Uma câmera de vigilância está fixada no teto de um *shopping* e sua lente pode ser direcionada remotamente, através de um controlador, para qualquer sentido. A lente da câmera está apontada inicialmente no sentido Oeste e o seu controlador efetua três mudanças consecutivas, a saber:

- 1ª mudança: 135º no sentido anti-horário;
- 2ª mudança: 60º no sentido horário;
- 3ª mudança: 45º no sentido anti-horário.

Após a 3ª mudança, ele é orientado a reposicionar a câmera, com a menor amplitude possível, no sentido Noroeste (NO) devido a um movimento suspeito de um cliente.

Qual mudança de sentido o controlador deve efetuar para reposicionar a câmera?

a) 75°no sentido horário.

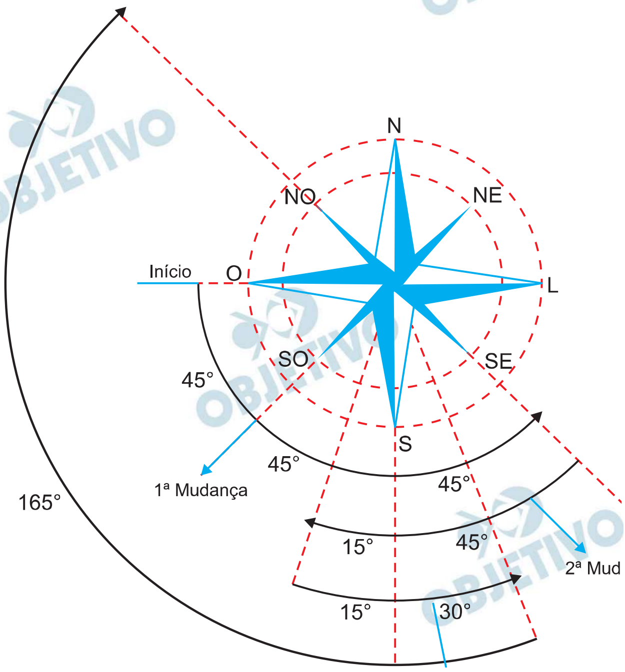
b) 105° no sentido anti-horário.

c) 120° no sentido anti-horário.

d) 135° no sentido anti-horário.

e) 165° no sentido horário.

Resolução



Assim, para reposicionar a câmera, com a menor amplitude possível para ficar voltada na direção noroeste é de 180° – 15° = 165° no sentido horário.

Resposta: E

Na teoria das eleições, o Método de Borda sugere que, em vez de escolher um candidato, cada juiz deve criar um *ranking* de sua preferência para os concorrentes (isto é, criar uma lista com a ordem de classificação dos concorrentes). A este ranking é associada uma pontuação: um ponto para o último colocado no *ranking*, dois pontos para o penúltimo, três para o antepenúltimo e assim sucessivamente. Ao final, soma-se a pontuação atribuída a cada concorrente por cada um dos juizes.

Em uma escola houve um concurso de poesia no qual cinco alunos concorreram a um prêmio, sendo julgados por 25 juizes. Para a escolha da poesia vencedora foi utilizado o Método de Borda. Nos quadros, estão apresentados os *rankings* dos juízes e a frequência de cada *ranking*.

Colocação	**Ranking**			
	I	II	III	IV
1	Ana	Dani	Bia	Edu
2	Bia	Caio	Ana	Ana
3	Caio	Edu	Caio	Dani
4	Dani	Ana	Edu	Bia
5	Edu	Bia	Dani	Caio

Ranking	**Frequência**
I	4
II	9
III	7
IV	5

A poesia vencedora foi a de

a) Edu.

b) Dani.

c) Caio.

d) Bia.

e) Ana.

Resolução

Dos quadros dados no enunciado podemos dizer que os pontos obtidos pelas poesias de cada concorrente são:

Ana: 4.5 + 9.2 + 7.4 + 5.4 = 86 pontos,

Bia: 4.4 + 9.1 + 7.5 + 5.2 = 70 pontos,

Caio: 4.3 + 9.4 + 7.3 + 5.1 = 74 pontos,

Dani: 4.2 + 9.5 + 7.1 + 5.3 = 75 pontos e

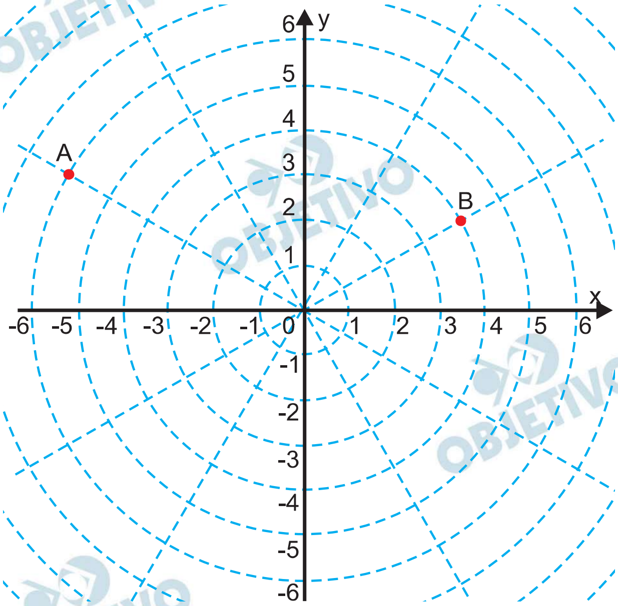
Edu: 4.1 + 9.3 + 7.2 + 5.5 = 70 pontos.

Assim, a poesia vencedora foi a de Ana.

Resposta: $\boxed{E}$

157

Sobre um sistema cartesiano considera-se uma malha formada por circunferências de raios com medidas dadas por números naturais e por 12 semirretas com extremidades na origem, separadas por ângulos de $\frac{\pi}{6}$ rad, conforme a figura,



Suponha que os objetos se desloquem apenas pelas semirretas e pelas circunferências dessa malha, não podendo passar pela origem (0 ; 0).

Considere o valor de π com aproximação de, pelo menos, uma casa decimal.

Para realizar o percurso mais curto possível ao longo da malha, do ponto *B* até o ponto *A*, um objeto deve percorrer uma distância igual a

a) $\dfrac{2 \,.\, \pi \,.\, 1}{3} + 8$

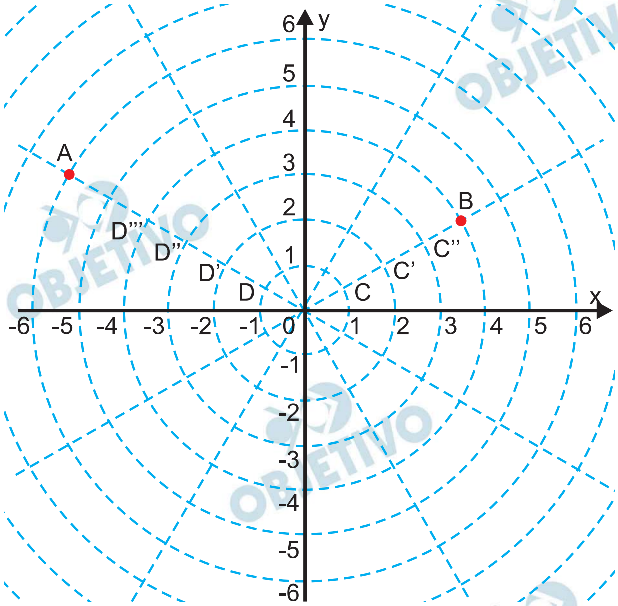
b) $\dfrac{2 \,.\, \pi \,.\, 2}{3} + 6$

c) $\dfrac{2 \,.\, \pi \,.\, 3}{3} + 4$

d) $\dfrac{2 \,.\, \pi \,.\, 4}{3} + 2$

e) $\dfrac{2 \,.\, \pi \,.\, 5}{3} + 2$

Resolução



Nos percursos apresentados abaixo temos algumas das possíveis distâncias.

I) Percorrer $\overline{BC}$, em seguida o arco $\overset{\frown}{CD}$ e finalmente $\overline{DA}$.

$$d_1 = 3 + \frac{4\pi}{6} \cdot 1 + 5 = \frac{2\pi \cdot 1}{3} + 8 \simeq 10{,}06$$

II) Percorrer $\overline{BC'}$, em seguida o arco $\overset{\frown}{C'D'}$ e finalmente $\overline{D'A}$.

$$d_2 = 2 + \frac{4\pi}{6} \cdot 2 + 4 = \frac{2\pi \cdot 2}{3} + 6 \simeq 10{,}13$$

III) Percorrer $\overline{BC''}$, em seguida o arco $\overset{\frown}{C''D''}$ e finalmente $\overline{D''A}$.

$$d_3 = 1 + \frac{4\pi}{6} \cdot 3 + 3 = \frac{2\pi \cdot 3}{3} + 4 \simeq 10{,}20$$

IV) Percorrer o arco $\overline{BD'''}$ e finalmente $\overline{D'''A}$.

$$d_4 = \frac{4\pi}{6} \cdot 4 + 2 = 10{,}26$$

Assim, o objeto deve percorrer o percurso apresentando no item (I) para percorrer a menor distância.

Resposta: A

Um artesão possui potes cilíndricos de tinta cujas medidas externas são 4 cm de diâmetro e 6 cm de altura. Ele pretende adquirir caixas organizadoras para armazenar seus potes de tinta, empilhados verticalmente com tampas voltadas para cima, de forma que as caixas possam ser fechadas.

No mercado, existem cinco opções de caixas organizadoras, com tampa, em formato de paralelepípedo reto retângulo, vendidas pelo mesmo preço, possuindo as seguintes dimensões internas:

Modelo	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
I	8	8	40
II	8	20	14
III	18	5	35
IV	20	12	12
V	24	8	14

Qual desses modelos o artesão deve adquirir para conseguir armazenar o maior número de potes por caixa?

a) I

b) II

c) III

d) IV

e) V

Resolução

Como as dimensões do cilindro são 4 cm de diâmetro e 6 cm de altura, temos, para cada modelo, as seguintes quantidades máximas de potes:

Modelo I: 2 . 2 . 6 = 24 potes, 4 potes por camada e 6 camadas.

Modeloo II: 2 . 5 . 2 = 20 potes, 10 potes por camada e 2 camadas.

Modelo III: 4 . 1 . 5 = 20 potes, 4 potes por camada e 5 camadas.

Modelo IV: 5 . 3 . 2 = 30 potes, 15 potes por camada e 2 camadas.

Modelo V: 6 . 2 . 2 = 24 potes, 12 potes por camada e 2 camadas.

Assim, o artesão deve adquirir para conseguir armazenar o maior número de potes por caixa, o modelo IV.

Resposta: D

A prefeitura de um pequeno município do interior decide colocar postes para iluminação ao longo de uma estrada retilínea, que inicia em uma praça central e termina numa fazenda na zona rural. Como a praça já possui iluminação, o primeiro poste será colocado a 80 metros da praça, o segundo, a 100 metros, o terceiro, a 120 metros, e assim sucessivamente, mantendo-se sempre uma distância de vinte metros entre os postes, até que o último poste seja colocado a uma distância de 1 380 metros da praça.

Se a prefeitura pode pagar, no máximo, R$ 8 000,00 por poste colocado, o maior valor que poderá gastar com a colocação desses postes é

a) R$ 512 000,00.

b) R$ 520 000,00.

c) R$ 528 000,00.

d) R$ 552 000,00.

e) R$ 584 000,00.

Resolução

I. O 1º poste será colocado a 80 m da praça. As próximas partes serão colocadas sempre a uma distância de vinte metros do anterior. Seja n o número de postes. Assim, como o último poste deve ser colocado a 1380 m da praça, podemos escrever $80 + (n - 1)\,20 = 1380 \Rightarrow n = 66$.

II. Como cada poste deve custar, no máximo, R$ 8 000,00, o maior valor que a prefeitura poderá gastar será $66 . 8000 = 528\,000$, ou seja, R$ 528 000,00.

Resposta: C

Um edifício tem a numeração dos andares iniciando no térreo (T), e continuando com primeiro, segundo, terceiro, …, até o último andar. Uma criança entrou no elevador e, tocando no painel, seguiu uma sequência de andares, parando, abrindo e fechando a porta em diversos andares. A partir de onde entrou a criança, o elevador subiu sete andares, em seguida desceu dez, desceu mais treze, subiu nove, desceu quatro e parou no quinto andar, finalizando a sequência. Considere que, no trajeto seguido pela criança, o elevador parou uma vez no último andar do edifício.

De acordo com as informações dadas, o último andar do edifício é o

a) 16° b) 22° c) 23° d) 25° e) 32°

Resolução

Sendo x o andar em que a criança entrou no elevador, de acordo com o enunciado, temos:

$x + 7 - 10 - 13 + 9 - 4 = 5 \Leftrightarrow x = 16$

Logo, a criança, a partir do 16.º andar, abriu e fechou a porta nos andares 23.º, 13.º, térreo, 9.º e 5.º. Como no trajeto seguido o elevador parou uma vez no último andar, o prédio possui 23 andares.

Resposta: C

O Salão do Automóvel de São Paulo é um evento no qual vários fabricantes expõem seus modelos mais recentes de veículos, mostrando, principalmente, suas inovações em *design* e tecnologia.

Disponível em: http://g1.globo.com.
Acesso em: 4 fev. 2015 (adaptado).

Uma montadora pretende participar desse evento com dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, expondo, em cada um deles, um carro compacto e uma caminhonete.

Para compor os estandes, foram disponibilizados pela montadora quatro carros compactos, de modelos distintos, e seis caminhonetes de diferentes cores para serem escolhidos aqueles que serão expostos. A posição dos carros dentro de cada estande é irrelevante.

Uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é

a) A_{10}^{4}

b) C_{10}^{4}

c) $C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$

d) $A_4^2 \times A_6^2 \times 2 \times 2$

e) $C_4^2 \times C_6^2$

Resolução

Para selecionar os carros compactos e as caminhonetes para os dois estandes, o número de maneiras distintas é: $C_4^2 \times C_6^2$.

Como existem dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, uma expressão que fornece a quantidade de maneira diferentes que os estandes podem ser compostos é: $C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$.

Resposta: C

Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com os pesos de 20%, 10%, 30% e 40%, respectivamente. No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 60 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 46, 60 e 50, respectivamente.

O minimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é

a) 29,8. b) 71,0. c) 74,5.
d) 75,5. e) 84,0.

Resolução

Sendo N_4 a nota na quarta avaliação, temos:

$$\frac{46 \,.\, 20\% + 60 \,.\, 10\% + 50 \,.\, 30\% + N_4 \,.\, 40\%}{100\%} \geq 60$$

$$\Rightarrow \frac{3020 + 40 \,.\, N_4}{100} \geq 60 \Rightarrow 40 \,.\, N_4 \geq 6000 - 3020 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_4 \geq 74{,}5$$

Resposta: C

163

O gerente do setor de recursos humanos de uma empresa está organizando uma avaliação em que uma das etapas é um jogo de perguntas e respostas. Para essa etapa, ele classificou as perguntas, pelo nível de dificuldade, em fácil, médio e difícil, e escreveu cada pergunta em cartões para colocação em uma urna.

Contudo, após depositar vinte perguntas de diferentes níveis na urna, ele observou que 25% deles eram de nível fácil. Querendo que as perguntas de nível fácil sejam a maioria, o gerente decidiu acrescentar mais perguntas de nível fácil à urna, de modo que a probabilidade de o primeiro participante retirar, aleatoriamente, uma pergunta de nível fácil seja de 75%.

Com essas informações, a quantidade de perguntas de nível fácil que o gerente deve acrescentar à urna é igual a

a) 10. b) 15. c) 35. d) 40. e) 45.

Resolução

Das vinte perguntas iniciais:

$$\frac{25}{100} \cdot 20 = 5 \text{ de nível fácil.}$$

Sendo x o número de perguntas de nível fácil a serem acrescentadas à urna, temos:

$$\frac{x+5}{x+20} = \frac{75}{100} \Rightarrow 4x + 20 = 3x + 60 \Rightarrow x = 40$$

Resposta: D

A Transferência Eletrônica Disponível (TED) é uma transação financeira de valores entre diferentes bancos. Um economista decide analisar os valores enviados por meio de TEDs entre cinco bancos (1, 2, 3, 4 e 5) durante um mês. Para isso, ele dispõe esses valores em uma matriz A: $[a_{ij}]$, em que $1 \leq i \leq 5$ e $1 \leq j \leq 5$, e o elemento a_{ij} corresponde ao total proveniente das operações feitas via TED, em milhão de real, transferidos do banco *i* para o banco *j* durante o mês. Observe que os elementos $a_{ii} = 0$, uma vez que TED é uma transferência entre bancos distintos. Esta é a matriz obtida para essa análise:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Com base nessas informações, o banco que transferiu a maior quantia via TED é o banco

a) 1. b) 2. c) 3. d) 4. e) 5.

Resolução

A soma dos elementos da linha i, sendo $1 \leq i \leq 5$, indica o total proveniente das operações feitas via TED, em milhão de real, transferido pelo banco i. Assim temos:

Banco	Total transferido
1	0 + 2 + 0 + 2 + 2 = 6
2	0 + 0 + 2 + 1 + 0 = 3
3	1 + 2 + 0 + 1 + 1 = 5
4	0 + 2 + 2 + 0 + 0 = 4
5	3 + 0 + 1 + 1 + 0 = 5

O banco que transferiu a maior quantia via TED foi o banco 1 que transferiu 6 milhões de reais.

Resposta: A

Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente P submetido a juros compostos com taxa i, por um período de tempo n, produz um valor futuro V determinado pela fórmula

$$V = p \cdot (1 + i)^n$$

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R$ 820,00, a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

Utilize 0,2877 como aproximação para $\ln\left(\frac{4}{3}\right)$ e 0,0131 como aproximação para ln (1,0132).

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a

a) 56ª b) 55ª c) 52ª d) 51ª e) 45ª

Resolução

Uma quantia, que hoje vale p, submetida a juros compostos com taxa de 1,32% ao mês, *valerá* no final de um período de *n* meses

$$\mathbf{p \cdot (1 + 1{,}32\%)^n = p \cdot 1{,}0132^n}$$

Pelo enunciado devemos ter

$$\mathbf{p < 75\% \text{ de } p \cdot (1{,}0132)^n \Leftrightarrow 1 < \frac{3}{4} \cdot 1{,}0132^n \Leftrightarrow}$$

$$\mathbf{\Leftrightarrow 1{,}0132^n > \frac{4}{3} \Leftrightarrow n \cdot \ell n\,(1{,}0132) > \ell n\left(\frac{4}{3}\right) \Leftrightarrow}$$

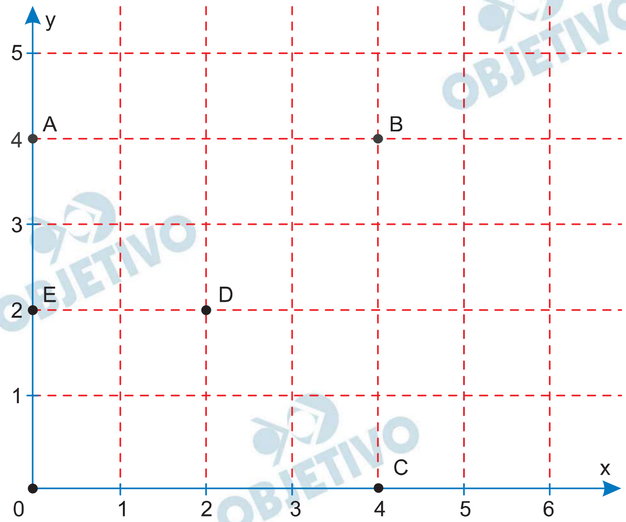
$$\mathbf{\Leftrightarrow n \cdot 0{,}0131 > 0{,}2877 \Leftrightarrow n > 21{,}96 \Leftrightarrow n \geq 22.}$$

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada, junto com a 30ª, é a de número 30 + 22 = 52.

Resposta: C

Um jogo pedagógico utiliza-se de uma interface algébrico-geométrica do seguinte modo: os alunos devem eliminar os pontos do plano cartesiano dando "tiros", seguindo trajetórias que devem passar pelos pontos escolhidos. Para dar os tiros, o aluno deve escrever em uma janela do programa a equação cartesiana de uma reta ou de uma circunferência que passa pelos pontos e pela origem do sistema de coordenadas. Se o tiro for dado por meio da equação da circunferência, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 2 pontos. Se o tiro for dado por meio da equação de uma reta, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 1 ponto.

Em uma situação de jogo, ainda restam os seguintes pontos para serem eliminados: $A(0; 4)$, $B(4; 4)$, $C(4; 0)$, $D(2; 2)$ e $E(0; 2)$.



Passando pelo ponto A, qual equação forneceria a maior pontuação?

a) $x = 0$ b) $y = 0$ c) $x^2 + y^2 = 16$

d) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ e) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$

Resolução

I) A reta de equação $x = 0$, passa pela origem e pelos pontos A e E, totalizando 2 pontos.

II) A circunferência de equação $x^2 + (y - 2)^2 = 4$, com centro no ponto E $(0, 2)$ e raio 2 passa pela origem e pelos pontos A e D, totalizando 4 pontos.

III) A circunferência de equação $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$, com centro no ponto D $(2, 2)$ e raio $2\sqrt{2}$ passa pela origem e pelos pontos A, B e C, totalizando 6 pontos.

Logo, passando pelo ponto A e pela origem, a equação que fornece a maior pontuação é $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$.

Resposta: $\boxed{E}$

167

Devido ao não cumprimento das metas definidas para a campanha de vacinação contra a gripe comum e o vírus H1N1 em um ano, o Ministério da Saúde anunciou a prorrogação da campanha por mais uma semana. A tabela apresenta as quantidades de pessoas vacinadas dentre os cinco grupos de risco até a data de início da prorrogação da campanha.

Balanço parcial nacional da vacinação contra a gripe			
Grupo de risco	**População (milhão)**	**População já vacinada**	
		(milhão)	**(%)**
Crianças	4,5	0,9	20
Profissionais de saúde	2,0	1,0	50
Gestantes	2,5	1,5	60
Indígenas	0,5	0,4	80
Idosos	20,5	8,2	40

Disponível em: http://portalsaude.saude.gov.br.
Acesso em: 16 ago. 2012.

Qual é a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas?

a) 12 b) 18 c) 30 d) 40 e) 50

Resolução

I) Total de pessoas, em milhões, desses grupos de risco:

$4,5 + 2,0 + 2,5 + 0,5 + 20,5 = 30$

II) Total de pessoas, em milhões, já vacinadas desses grupos de risco:

$0,9 + 1,0 + 1,5 + 0,4 + 8,2 = 12$

Logo, a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas é:

$$\frac{12}{30} = 0,4 = 40\%$$

Resposta: D

Durante uma festa de colégio, um grupo de alunos organizou uma rifa. Oitenta alunos faltaram à festa e não participaram da rifa. Entre os que compareceram, alguns compraram três bilhetes, 45 compraram 2 bilhetes, e muitos compraram apenas um. O total de alunos que comprou um único bilhete era 20% do número total de bilhetes vendidos, e o total de bilhetes vendidos excedeu em 33 o número total de alunos do colégio.

Quantos alunos compraram somente um bilhete?

a) 34 b) 42 c) 47 d) 48 e) 79

Resolução

A partir dos dados do enunciado podemos montar a seguinte tabela:

Grupo	N.º de alunos	N.º de bilhetes vendidos
0	80	$0 \,.\, 80 = 0$
1	x	$1 \,.\, x = x$
2	45	$2 \,.\, 45 = 90$
3	y	$3 \,.\, y$
Total	$80 + x + 45 + y$	$0 + x + 90 + 3y$

$$\begin{cases} x = 20\% \; (0 + x + 2 \,.\, 45 + 3y) & \text{(I)} \\ 0 + x + 90 + 3y = 33 + 80 + x + y + 45 & \text{(II)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 90 + 3y & \text{(I)} \\ 2y = 68 & \text{(II)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 48 & \text{(I)} \\ y = 34 & \text{(II)} \end{cases}$$

Resposta: D

169

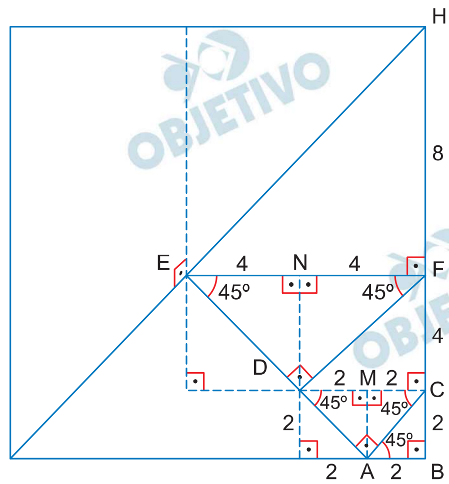
Um quebra-cabeça consiste em recobrir um quadrado com triângulos retângulos isósceles, como ilustra a figura.

Uma artesã confecciona um quebra-cabeça como o descrito, de tal modo que a menor das peças é um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem 2 cm.

O quebra-cabeça, quando montado, resultará em um quadrado cuja medida do lado, em centímetro, é

a) 14
b) 12
c) $7\sqrt{2}$
d) $6 + 4\sqrt{2}$
e) $6 + 2\sqrt{2}$

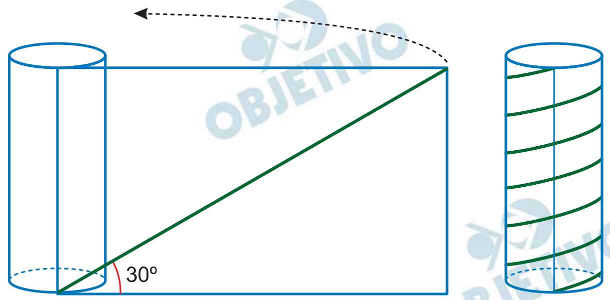
Resolução



Observando que $\Delta_{ACD} \sim \Delta_{DFE}$ (AA~) logo se $\overline{CD} = 4$, então $\overline{EF} = 8$, e como $\overline{EF} \cong \overline{FH}$, $\overline{CD} \cong \overline{CF}$ e $\overline{AB} = \overline{BC}$ segue que $\overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CF} + \overline{FH} = 14$

Resposta: A

Para decorar um cilindro circular reto será usada uma faixa retangular de papel transparente, na qual está desenhada em negrito uma diagonal que forma 30° com a borda inferior. O raio da base do cilindro mede $\frac{6}{\pi}$ cm, e ao enrolar a faixa obtém-se uma linha em formato de hélice, como na figura.



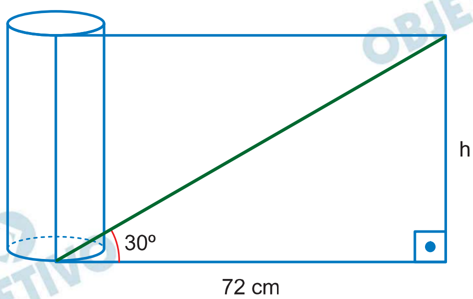
O valor da medida da altura do cilindro, em centímetro, é

a) $36\sqrt{3}$ b) $24\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{3}$
d) 36 e) 72

Resolução

O comprimento da circunferência da base do cilindro de raio $\frac{6}{\pi}$ cm é $2\pi \cdot \frac{6}{\pi}$ cm = 12 cm.

A segunda figura sugere que o papel transparente deu *seis* voltas no cilindro e, portanto, o comprimento do retângulo é de 6 x 12 cm = 72 cm.



Desta forma, tg 30° = $\frac{h}{72\text{ cm}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow h = 24\sqrt{3}$cm

Resposta: B

171

Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões.

Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador contendo 100 000 transistores distribuídos em 0,25 cm^2 de área. Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore).

Disponivel em: www.pocket-lint.com.
Acesso em: 1 dez. 2017 (adaptado).

Considere 0,30 como aproximação para $\log_{10} 2$.

Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?

a) 1999 b) 2002 c) 2022
d) 2026 e) 2146

Resolução

A densidade em 1986 é dada por:

$$\frac{100\,000}{0{,}25} = 400\,000 = 4 \,.\, 10^5 = 2^2 \,.\, 10^5 \text{ transistores/cm}^2$$

Como o número de transistores dobra a cada 2 anos, podemos montar uma função da quantidade de transistores em função do tempo.

Assim $f(t) = 2^2 \,.\, 10^5 \,.\, 2^{t/2}$. O tempo t, após 1986 tal que $f(t) \geq 100 \,.\, 10^9$ é dado por

$$10^5 \,.\, 2^{2+t/2} \geq 100 \,.\, 10^9$$

$$2^{\frac{4+t}{2}} \geq 10^6$$

$$\frac{4+t}{2} \,.\, \log_{10} 2 \geq 6 \,.\, \log_{10} 10$$

$$\frac{4+t}{2} \geq \frac{6 \,.\, 1}{0{,}3}$$

$$4 + t \geq 40$$

$$t \geq 36$$

Atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores em 1986 + 36 = 2022

Resposta: C

Uma loja vende automóveis em N parcelas iguais sem juros. No momento de contratar o financiamento, caso o cliente queira aumentar o prazo, acrescentando mais 5 parcelas, o valor de cada uma das parcelas diminui R$ 200,00, ou se ele quiser diminuir o prazo, com 4 parcelas a menos, o valor de cada uma das parcelas sobe R$ 232,00. Considere ainda que, nas três possibilidades de pagamento, o valor do automóvel é o mesmo, todas são sem juros e não é dado desconto em nenhuma das situações.

Nessas condições, qual é a quantidade N de parcelas a serem pagas de acordo com a proposta inicial da loja?

a) 20 b) 24 c) 29 d) 40 e) 58

Resolução

Seja N o número de parcelas e p o valor de cada parcela, podemos montar o seguinte sistema:

$$\underbrace{N \cdot p}_{(I)} = \underbrace{(N+5)(p-200)}_{(II)} = \underbrace{(N-4)(p+232)}_{(III)}$$

De (I) e (II), temos:

$$Np = Np - 200N + 5p - 1000 \Rightarrow \boxed{p = 40N + 200} \text{ (IV)}$$

De (I) e (III), temos:

$$Np = Np + 232N - 4p - 4 \cdot 232 \Rightarrow \boxed{p = 58N - 232} \text{ (V)}$$

De (IV) e (V), temos:

$$58N - 232 = 40N + 200$$

$$18N = 432$$

$$\boxed{N = 24}$$

Resposta: B

O salto ornamental é um esporte em que cada competidor realiza seis saltos. A nota em cada salto é calculada pela soma das notas dos juízes, multiplicada pela nota de partida (o grau de dificuldade de cada salto). Fica em primeiro lugar o atleta que obtiver a maior soma das seis notas recebidas.

O atleta 10 irá realizar o último salto da final. Ele observa no Quadro 1, antes de executar o salto, o recorte do quadro parcial de notas com a sua classificação e a dos três primeiros lugares até aquele momento.

Quadro 1

Classificação	Atleta	6.º Salto	Total
1.º	3	135,0	829,0
2.º	4	140,0	825,2
3.º	8	140,4	824,2
4.º	10		687,2

Ele precisa decidir com seu treinador qual salto deverá realizar. Os dados dos possíveis tipos de salto estão no Quadro 2.

Quadro 2

Tipo de salto	Nota de partida	Estimativa da soma das notas dos juízes	Probabilidade de obter a nota
T1	2,2	57	89,76%
T2	2,4	58	93,74%
T3	2,6	55	91,88%
T4	2,8	50	95,38%
T5	3,0	53	87,34%

O atleta optará pelo salto com a maior probabilidade de obter a nota estimada, de maneira que lhe permita alcançar o primeiro lugar.

Considerando essas condições, o salto que o atleta deverá escolher é o de tipo

a) T1. b) T2. c) T3. d) T4. e) T5.

Resolução

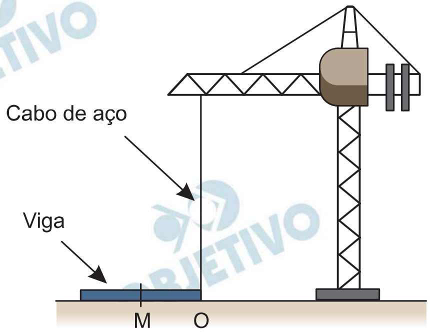
A nota do atleta 10 para que ele alcance o primeiro lugar é no mínimo 141,5, pois

$$829 - 687,5 = 141,5$$

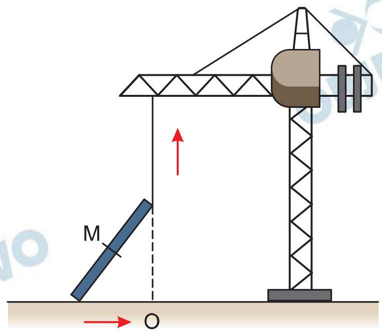
Dos 5 tipos de salto, apenas o T3, com nota 143 e o T5, com nota 159, dessas a T3 tem maior probabilidade que a T5.

Resposta: C

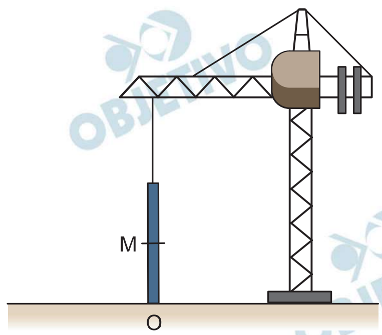
Os guindastes são fundamentais em canteiros de obras, no manejo de materiais pesados como vigas de aço. A figura ilustra uma sequência de estágios em que um guindaste iça uma viga de aço que se encontra inicialmente no solo.



Estágio 1



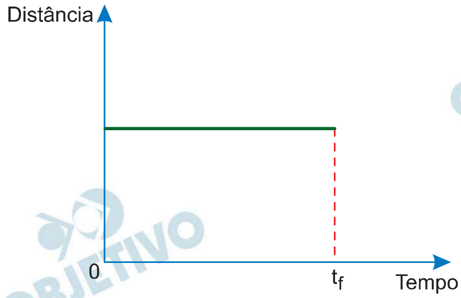
Estágio 2



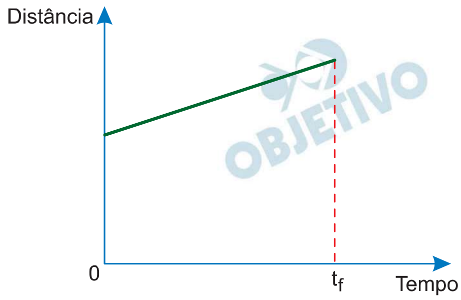
Estágio 3

Na figura, o ponto O representa a projeção ortogonal do cabo de aço sobre o plano do chão e este se mantém na vertical durante todo o movimento de içamento da viga, que se inicia no tempo $t = 0$ (estágio 1) e finaliza no tempo t_f (estágio 3). Uma das extremidades da viga é içada verticalmente a partir do ponto O, enquanto que a outra extremidade desliza sobre o solo em direção ao ponto O. Considere que o cabo de aço utilizado pelo guindaste para içar a viga fique sempre na posição vertical. Na figura, o ponto M representa o ponto médio do segmento que representa a viga.

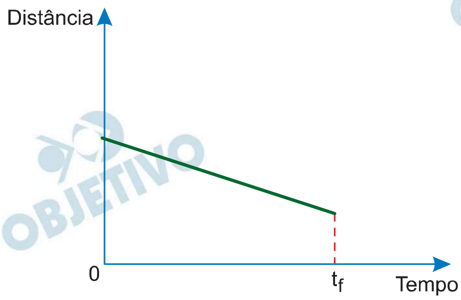
O gráfico que descreve a distância do ponto M ao ponto O, em função do tempo, entre $t = 0$ e t_f, é a)



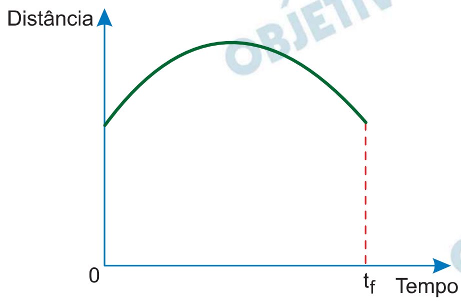
b)



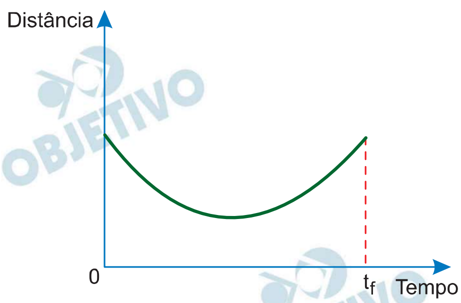
c)



d)

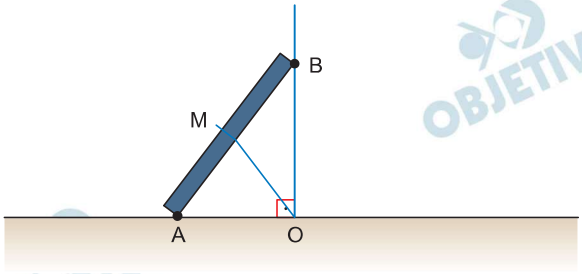


e)



Resolução

No primeiro e no terceiro estágios é fácil observar que a distância de M até O é igual a metade do comprimento da viga de aço.
No segundo estágio, temos um triângulo retângulo com ângulo reto no vértice O e cuja hipotenusa é a viga.

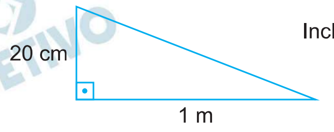


Assim, a distância de M até O é metade do comprimento da viga de aço, pois M é circuncentro do triângulo AOB (ponto médio da hipotenusa).

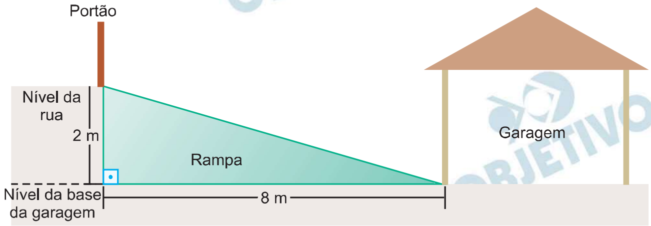
Assim, $\mathbf{MO = MA = MB = \dfrac{AB}{2}}$

Resposta: A

A inclinação de uma rampa é calculada da seguinte maneira: para cada metro medido na horizontal, mede-se x centímetros na vertical. Diz-se, nesse caso, que a rampa tem inclinação de x%, como no exemplo da figura:



A figura apresenta um projeto de uma rampa de acesso a uma garagem residencial cuja base, situada 2 metros abaixo do nível da rua, tem 8 metros de comprimento.



Depois de projetada a rampa, o responsável pela obra foi informado de que as normas técnicas do município onde ela está localizada exigem que a inclinação máxima de uma rampa de acesso a uma garagem residencial seja de 20%.

Se a rampa projetada tiver inclinação superior a 20%, o nível da garagem deverá ser alterado para diminuir o percentual de inclinação, mantendo o comprimento da base da rampa.

Para atender às normas técnicas do município, o nível da garagem deverá ser

a) elevado em 40 cm.

b) elevado em 50 cm.

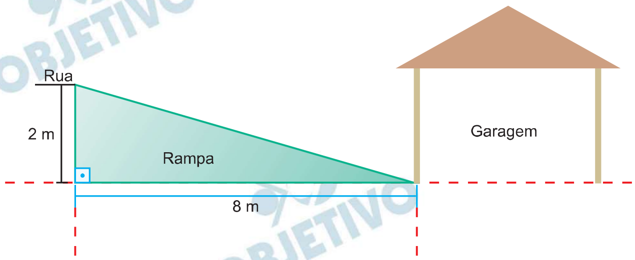
c) mantido no mesmo nível.

d) rebaixado em 40 cm.

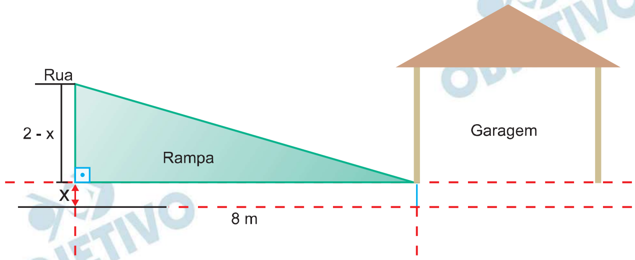
e) rebaixado em 50 cm.

Resolução

Configuração inicial (em metros)



Configuração final (em metros)



$$\frac{2-x}{8} = 20\% \Leftrightarrow \frac{2-x}{8} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10 - 5x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

Assim, o nível da garagem deverá ser elevada em 40 cm.

Resposta: **A**

176

Para ganhar um prêmio, uma pessoa deverá retirar, sucessivamente e sem reposição, duas bolas pretas de uma mesma urna.

Inicialmente, as quantidades e cores das bolas são como descritas a seguir:

- Urna A – Possui três bolas brancas, duas bolas pretas e uma bola verde;
- Urna B – Possui seis bolas brancas, três bolas pretas e uma bola verde;
- Urna C – Possui duas bolas pretas e duas bolas verdes;
- Urna D – Possui três bolas brancas e três bolas pretas.

A pessoa deve escolher uma entre as cinco opções apresentadas:

- Opção 1 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 2 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna B;
- Opção 3 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna A; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 4 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna D para a urna C; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna C;
- Opção 5 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna D; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna D.

Com o objetivo de obter a maior probabilidade possível de ganhar o prêmio, a pessoa deve escolher a opção

a) 1. b) 2. c) 3. d) 4. e) 5.

Resolução

Urna A	Urna B	Urna C	Urna D
3 Brancas 2 Pretas 1 Verde	6 Brancas 3 Pretas 1 Verde	2 Pretas 2 Verde	3 Brancas 3 Pretas
6 bolas	10 bolas	4 bolas	6 bolas

A probabilidade de retirar duas bolas pretas sucessivamente e sem reposição em cada uma das opções são as que se seguem.

Opção 1:

$$P_1 = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15} \cong 0{,}067$$

Opção 2:

$$P_2 = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{15} \cong 0{,}067$$

Opção 3:

$$P_3 = \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{16}{168} \cong 0{,}095$$

Opção 4:

$$P_4 = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{24}{120} \cong 0{,}200$$

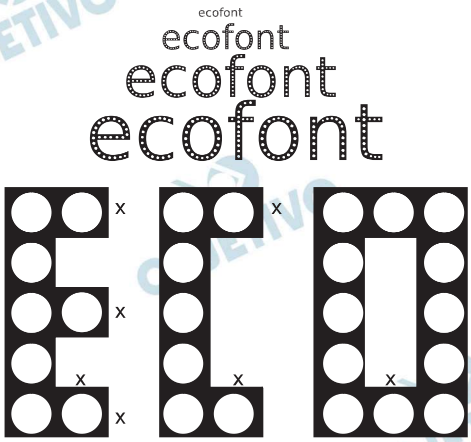
Opção 5:

$$P_5 = \frac{2}{4} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{36}{168} \cong 0{,}214$$

Como $P_1 = P_2 < P_3 < P_4 < P_5$, a maior probabilidade de ganhar o prêmio esta na opção 5.

Resposta: E

A Ecofont possui *design* baseado na velha fonte Vera Sans. Porém, ela tem um diferencial: pequenos buraquinhos circulares congruentes, e em todo o seu corpo, presentes em cada símbolo. Esses furos proporcionam um gasto de tinta menor na hora da impressão.



Disponível em: www.goo.gl. Acesso em: 2 dez. 2017 (adaptado).

Suponha que a palavra ECO esteja escrita nessa fonte, com tamanho 192, e que seja composta por letras formadas por quadrados de lados x com furos circulares de raio $r = \frac{x}{3}$. Para que a área a ser pintada seja reduzida a $\frac{1}{16}$ da área inicial, pretende-se reduzir o tamanho da fonte.

Sabe-se que, ao alterar o tamanho da fonte, o tamanho da letra é alterado na mesma proporção.

Nessas condições, o tamanho adequado da fonte será

a) 64. b) 48. c) 24. d) 21. e) 12.

Resolução

1) **Ao dividirmos a área inicial pela área final, é obtida a razão de semelhança ao quadrado (k^2).**

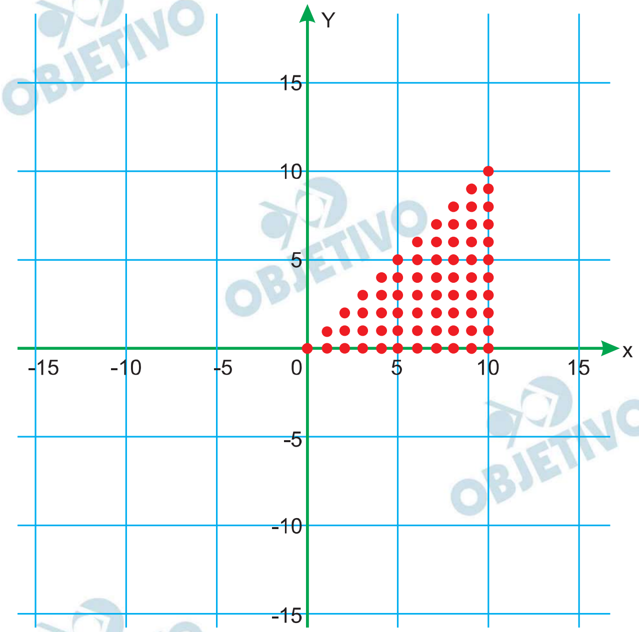
$$\frac{\text{área inicial}}{\text{área final}} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = k^2 \Rightarrow k = 4$$

2) **O tamanho da fonte é alterado na mesma proporção, assim a nova fonte terá tamanho**

$$\frac{192}{4} = 48$$

Resposta: B

Para criar um logotipo, um profissional da área de *design* gráfico deseja construí-lo utilizando o conjunto de pontos do plano na forma de um triângulo, exatamente como mostra a imagem.



Para construir tal imagem utilizando uma ferramenta gráfica, será necessário escrever algebricamente o conjunto que representa os pontos desse gráfico.

Esse conjunto é dado pelos pares ordenados

$(x; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, tais que

a) $0 \le x \le y \le 10$

b) $0 \le y \le x \le 10$

c) $0 \le x \le 10, 0 \le y \le 10$

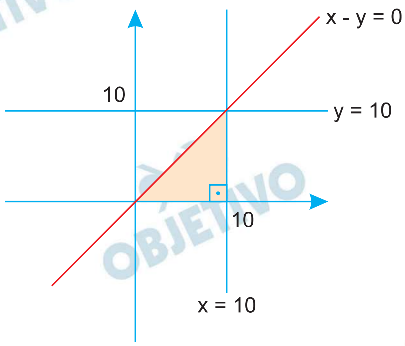
d) $0 \le x + y \le 10$

e) $0 \le x + y \le 20$

Resolução

Para construir tal imagem, devemos resolver o seguinte sistema de inequações:

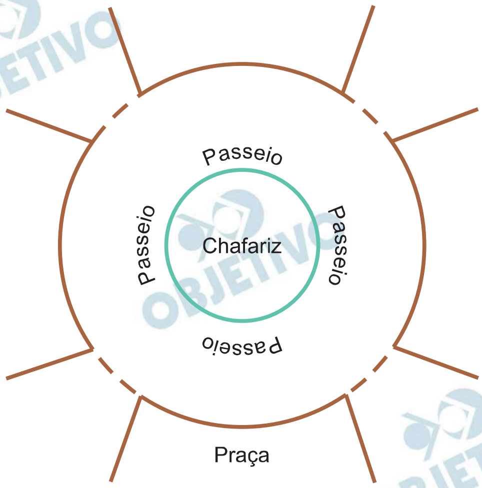
$$\begin{cases} 0 \le x \le 10 \\ 0 \le y \le 10 \\ x - y \ge 0 \end{cases}$$



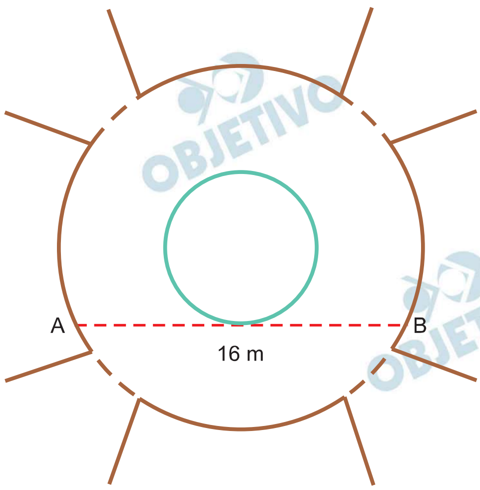
Assim, temos: $0 \le y \le x \le 10$

Resposta: B

A figura mostra uma praça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.



O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, um engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura. Com isso, obteve a medida do segmento de reta AB: 16 m.



Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado.

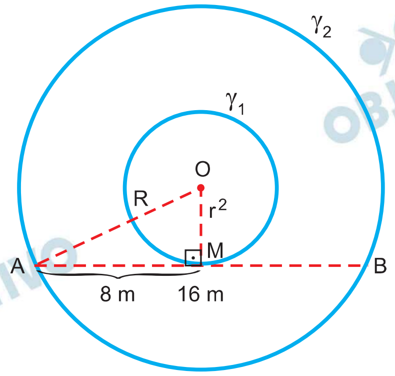
A medida encontrada pelo engenheiro foi

a) 4π b) 8π c) 48π

d) 64π e) 192π

Resolução

I) Sejam γ_1 e γ_2 as circunferências que definem o chafariz e a praça, tendo raios r e R, respectivamente.



Na figura, $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ pois $\overline{AB}$ é tangente à γ_1

II) A área do passeio é calculada por $\boxed{\pi \cdot (R^2 - r^2)}$

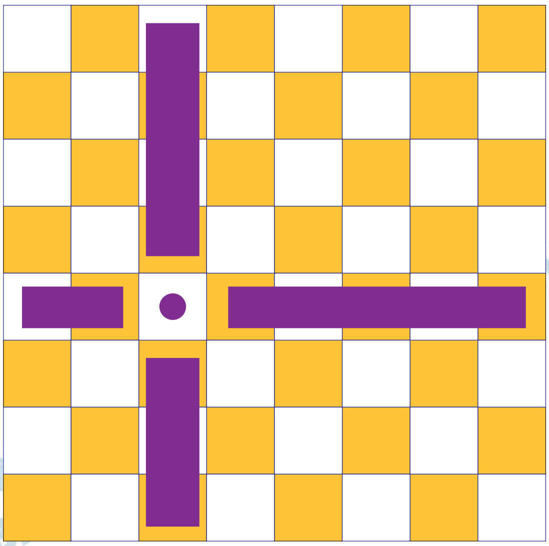
III) Aplicando o Teorema de Pitágoras no ΔOMA; segue-se que:

$OA^2 = AM^2 + OM^2 \Rightarrow R^2 = 8^2 + r^2 \Rightarrow \boxed{R^2 - r^2 = 64}$

De (II) e (III), conclui-se que a área de passeio é $64\pi m^2$.

Resposta: D

Um *designer* de jogos planeja um jogo que faz uso de um tabuleiro de dimensão n x n, com $n \geq 2$, no qual cada jogador, na sua vez, coloca uma peça sobre uma das casas vazias do tabuleiro. Quando uma peça é posicionada, a região formada pelas casas que estão na mesma linha ou coluna dessa peça é chamada de zona de combate dessa peça. Na figura está ilustrada a zona de combate de uma peça colocada em uma das casas de um tabuleiro de dimensão 8 x 8.



O tabuleiro deve ser dimensionado de forma que a probabilidade de se posicionar a segunda peça aleatoriamente, seguindo a regra do jogo, e esta ficar sobre a zona de combate da primeira, seja inferior a $\frac{1}{5}$.

A dimensão mínima que o designer deve adotar para esse tabuleiro é

a) 4 x 4.

b) 6 x 6.

c) 9 x 9.

d) 10 x 10.

e) 11 x 11.

Resolução

I) Considerando um tabuleiro n x n, temos que a área de combate é dada por $2n - 2$.

II) A área do tabuleiro é n^2.

III) As posições disponíveis para se colocar a segunda peça são dadas por $n^2 - 1$.

Assim, para que a probabilidade de se colocar uma 2.ª peça no tabuleiro e ela estar na área de combate seja

inferior a $\frac{1}{5}$, devemos ter:

$$\frac{2n-2}{n^2-1} < \frac{1}{5} \Leftrightarrow n^2 - 1 > 10n - 10 \Leftrightarrow n^2 - 10n + 9 > 0$$

Portanto: $n < 1$ ou $n > 9$

Como $n \geq 2$, segue-se que o valor mínimo de n é 10.

Resposta: D