Atualmente, no Brasil, coexistem dois sistemas de placas de identificação de automóveis: o padrão Mercosul (o mais recente) e aquele que se iniciou em 1990 (*o sistema anterior, usado ainda pela maioria dos carros em circulação*). No sistema anterior, utilizavam-se 3 letras (em um alfabeto de 26 letras) seguidas de 4 algarismos (de 0 a 9). No padrão Mercosul adotado no Brasil para automóveis, são usadas 4 letras e 3 algarismos, com 3 letras nas primeiras 3 posições e a quarta letra na quinta posição, podendo haver repetições de letras ou de números. A figura ilustra os dois tipos de placas.

Dessa forma, o número de placas possíveis do padrão Mercosul brasileiro de automóveis é maior do que o do sistema anterior em

a) 1,5 vezes.

b) 2 vezes.

c) 2,6 vezes.

d) 2,8 vezes.

e) 3 vezes.

Resolução

1) No padrão de placas Mercosul, temos:
$26^4 \cdot 10^3$ placas

2) No padrão de placas antigo, temos $26^3 \cdot 10^4$ placas

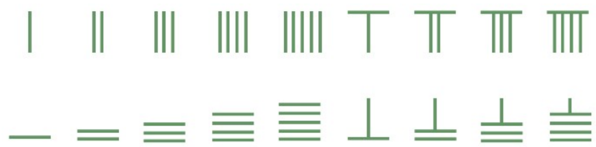
3) Assim, o número de placas no padrão Mercosul é maior que o anterior:

$$\frac{\text{padrão Mercosul}}{\text{padrão antigo}} = \frac{26^4 \cdot 10^3}{26^3 \cdot 10^4} = \frac{26}{10} = 2{,}6$$

$$\Rightarrow \text{padrão Mercosul} = (2{,}6) \cdot \text{padrão antigo}$$

Resposta: C

O sistema de numeração conhecido como chinês científico (ou em barras) surgiu provavelmente há mais de dois milênios. O sistema é essencialmente posicional, de base 10, com o primeiro algarismo à direita representando a unidade. A primeira linha horizontal de símbolos da figura mostra como se representam os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 quando aparecem em posições ímpares (unidades, centenas etc.), e a segunda linha quando tais algarismos aparecem em posições pares (dezenas, milhares etc.). Nesse sistema, passou-se a usar um círculo para representar o algarismo zero a partir da Dinastia Sung (960-1126).



Howard Eves, *Introdução à História da Matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Editora Unicamp, 2011 (5ª ed.).

Assinale a alternativa que representa o número 91625 nesse sistema de numeração.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Resolução

Símbolos em posições pares ⟶ – =

↑ ↑

9	1	6	2	5

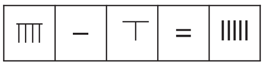
↓ ↓ ↓

Símbolos em posições ímpares → 

Logo:

9	1	6	2	5

pode ser escrito, em chinês científico, como



Resposta: A

Um vídeo tem três minutos de duração. Se o vídeo for reproduzido, desde o seu início, com velocidade de 1,5 vezes a velocidade original, o tempo de reprodução do vídeo inteiro será de

a) 1min30s.

b) 1min50s.

c) 2min00s.

d) 2min30s.

e) 2min50s.

Resolução

Como velocidade e duração são grandezas inversamente proporcionais, sendo 3 minutos igual a 180 segundos, temos:

$$V \cdot 180 = 1{,}5 \cdot V \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{180}{1{,}5} = 120\text{s} = 2\text{min}00\text{s}$$

Resposta: C

Uma indústria produz três modelos de cadeiras (indicadas por M_1, M_2 e M_3), cada um deles em duas opções de cores: preta e vermelha (indicadas por P e V, respectivamente). A tabela mostra o número de cadeiras produzidas semanalmente conforme a cor e o modelo:

	P	V
M_1	500	200
M_2	400	220
M_3	250	300

As porcentagens de cadeiras com defeito são de 2% do modelo M_1, 5% do modelo M_2 e 8% do modelo M_3. As cadeiras que não apresentam defeito são denominadas boas.

A tabela que indica o número de cadeiras produzidas semanalmente com defeito (D) e boas (B), de acordo com a cor, é

a)

	P	V
D	55	39
B	1095	681

b)

	P	V
D	51	40
B	1099	680

c)

	P	V
D	50	39
B	1100	681

d)

	P	V
D	50	37
B	1100	683

e)

	P	V
D	51	39
B	1099	681

Resolução

Supondo que porcentagens de cadeiras defeituosas sejam as mesmas para as cadeiras pretas e para as vermelhas, temos:

1) O número de cadeiras pretas e defeituosas é:
2% de 500 + 5% de 400% + 8% de 250 =
= 10 + 20 + 20 = 50

2) **O número de cadeiras vermelhas e defeituosas é:**
2% de 200 + 5% de 220% + 8% de 300 =
= 4 + 11 + 24 = 39

3) **O número de cadeiras pretas e boas é:**
1 150 – 50 = 1 100

4) **O número de cadeiras vermelhas e boas é:**
720 – 39 = 681
Portanto, temos:

	P	V
D	50	39
B	1100	681

Resposta: C

Os funcionários de um salão de beleza compraram um presente no valor de R$ 200,00 para a recepcionista do estabelecimento. No momento da divisão igualitária do valor, dois deles desistiram de participar e, por causa disso, cada pessoa que ficou no grupo precisou pagar R$ 5,00 a mais que a quantia originalmente prevista. O valor pago por pessoa que permaneceu na divisão do custo do presente foi:

a) R$ 10,00

b) R$ 15,00

c) R$ 20,00

d) R$ 25,00

e) R$ 40,00

Resolução

Sendo x o número inicial de funcionários e y o valor que cada um daria para a compra do presente, temos:

$$\frac{200}{x} = y \quad (I)$$

Como 2 funcionários desistiram e cada um dos restantes deve contribuir com 5 reais a mais, temos

$$\frac{200}{x-2} = y + 5 \quad (II)$$

De (I) e (II):

$$\frac{200}{x} = \frac{200}{x-2} - 5 \Leftrightarrow \frac{200}{x} = \frac{200 - 5 \,.\, (x-2)}{x-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{200}{x} = \frac{200 - 5x + 10}{x-2} \Leftrightarrow \frac{200}{x} = \frac{210 - 5x}{x-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 200x - 400 = 210x - 5x^2 \Leftrightarrow 5x^2 - 10x - 400 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 80 = 0 \Leftrightarrow x = 10, \text{ pois } x > 0$$

Assim, cada funcionário restante deve contribuir com

$$\frac{200}{10} + 5 = 25 \text{ reais}$$

Resposta: D

Uma empresa construiu um poço para armazenar água de reúso. O custo para construir o primeiro metro foi de R$ 1.000,00, e cada novo metro custou R$ 200,00 a mais do que o imediatamente anterior. Se o custo total da construção foi de R$ 48.600,00, a profundidade do poço é:

a) 15 m

b) 18 m

c) 21 m

d) 24 m

e) 27 m

Resolução

Os custos formam uma progressão aritmética de primeiro termo 1000 e razão 200, cuja soma é:

$$\underbrace{1\,000}_{\substack{\text{custo do}\\ 1^{\underline{o}}\text{ metro}}} + \underbrace{1\,200}_{\substack{\text{custo do}\\ 2^{\underline{o}}\text{ metro}}} + \underbrace{1\,400}_{\substack{\text{custo do}\\ 3^{\underline{o}}\text{ metro}}} + \ldots + \underbrace{a_n}_{\substack{\text{custo do}\\ n^{\underline{o}}\text{ metro}}} = 48\,600 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1\,000 + 1\,000 + (n-1)\,.\,200)\,.\,n}{2} = 48\,600 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1\,800 + 200n)\,.\,n}{2} = 48\,600 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{200(9+n)\,.\,n}{2} = 48600 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (9+n)\,.\,n = 486 \Rightarrow n = 18\ (n > 0)$$

Resposta: B

Um *deltaedro* é um poliedro cujas faces são todas triângulos equiláteros. Se um deltaedro convexo possui 8 vértices, então o número de faces desse deltaedro é:

a) 4

b) 6

c) 8

d) 10

e) 12

Note e adote:

Em poliedros convexos, vale a relação de Euler $F - A + V = 2$, em que F é o número de faces, A é o número de arestas e V é o número de vértices do poliedro.

Resolução

Sejam F, V e A o número de faces, vértices e arestas do deltaedro, respectivamente.

1) Se as faces são triângulos equiláteros, então

$$A = \frac{3F}{2}$$

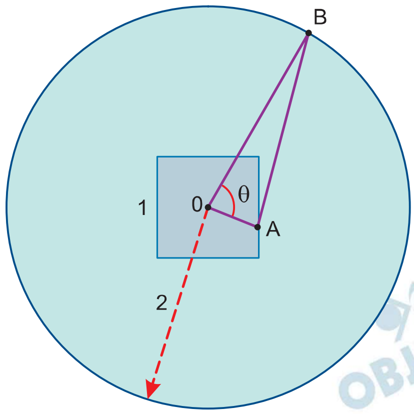
2) A partir da Relação de Euler, temos:

$$F - A + V = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F - \frac{3F}{2} + 8 = 2 \Leftrightarrow -\frac{F}{2} = -6 \Leftrightarrow F = 12$$

Resposta: $\boxed{E}$

A figura mostra um quadrado e um círculo, ambos com centro no ponto O. O quadrado tem lado medindo 1 unidade de medida (u.m.) e o círculo tem raio igual a 2 u.m. O ponto A está sobre o contorno do quadrado, o ponto B está sobre o contorno do círculo, e o segmento AB tem tamanho 2 u.m.



Quando o ângulo $\theta = A\hat{O}B$ for máximo, seu cosseno será:

a) $\dfrac{1}{8}$

b) $\dfrac{1}{4}$

c) $\dfrac{1}{2}$

d) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Resolução

I) Como AB = OB = 2, tem-se que o triângulo ABO é isósceles de base $\overline{OA}$, isso implica que:
$B\hat{O}A = B\hat{A}O = \theta$ **e,** $O\hat{B}A = 180° - 2\theta$

II) Temos como consequência que θ será máximo quando $O\hat{B}A = 180° - 2\theta$ for mínimo; como $\dfrac{1}{2} \leq OA \leq \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ e sabendo que o menor ângulo é o que se opõe ao menor lado, temos que $OA = \dfrac{1}{2}$.

III) Para $OA = \dfrac{1}{2}$, aplicando a lei dos cossenos no triângulo AOB:

$$2^2 = 2^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \cancel{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cos\theta$$

$$4 = 4 + \frac{1}{4} - 2\cos\theta$$

$$2\cos\theta = \frac{1}{4}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{8}$$

Resposta: A

Suponha que o polinômio $p(x) = x^3 + mx - 2$, em que m é um número real, tenha uma raiz real dupla a e uma raiz real simples b. O valor da soma de m com a é:

a) 0

b) –1

c) –2

d) –3

e) –4

Resolução

Aplicando as Relações de Girard, temos:

$$\begin{cases} 2a + b = -\dfrac{0}{1} \\ \\ a^2 \cdot b = -\dfrac{(-2)}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

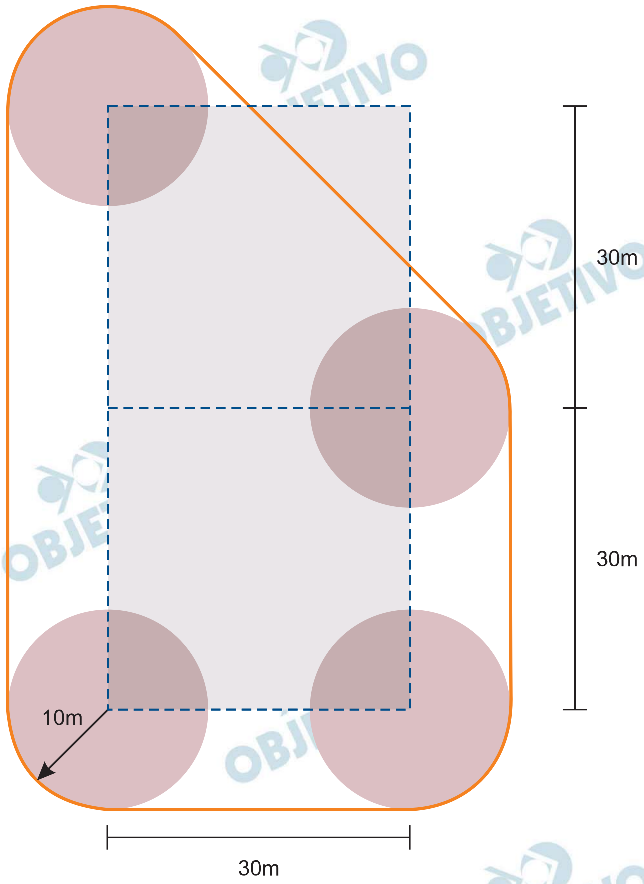
Sendo a = – 1 uma raiz:

$$(-1)^3 + m \cdot (-1) - 2 = 0 \Leftrightarrow -1 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -3$$

Dessa forma, temos que $a + m = -1 + (-3) = -4$

Resposta: $\boxed{E}$

Quatro tanques cilíndricos são vistos de cima (em planta baixa) conforme a figura. Todos têm 10 m de raio e seus centros se posicionam em vértices dos dois quadrados tracejados adjacentes, ambos com 30 m de lado. Uma fita de isolamento, esticada e paralela ao solo, envolve os 4 tanques, dando uma volta completa (linha em laranja na figura).



O comprimento da fita, em metros, é:

a) $20\pi + 30(3 + \sqrt{2})$

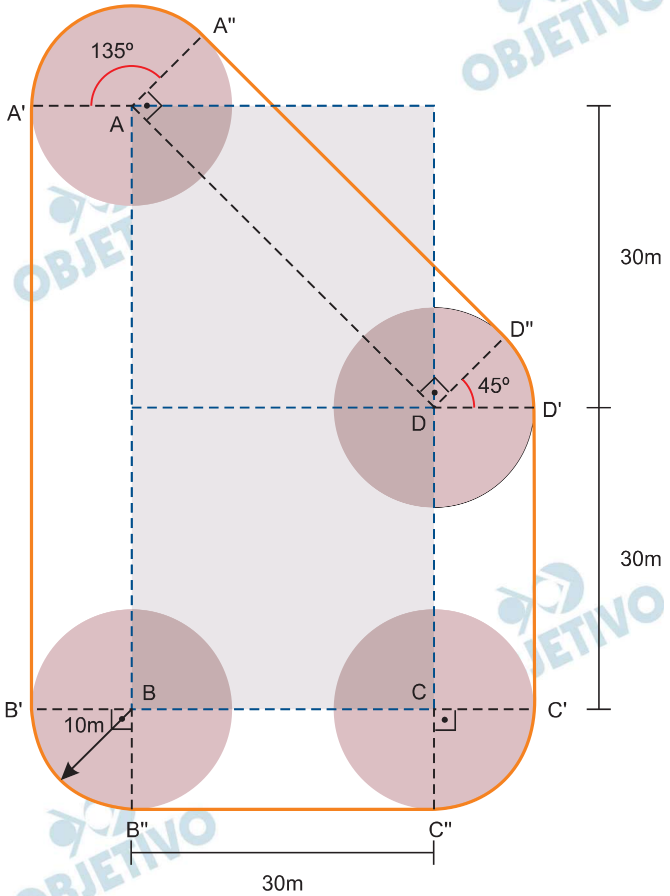
b) $20\pi + 30(4 + \sqrt{2})$

c) $25\pi + 15(4 + \sqrt{2})$

d) $25\pi + 30(4 + \sqrt{2})$

e) $25\pi + 30(4 + 2\sqrt{2})$

Resolução



I) $A'B' = AB = 30 + 30 = 60m$

II) $B''C'' = BC = 30m$

III) $C'D' = CD = 30m$

IV) $D''A'' = DA = 30\sqrt{2}\ m$

V) A soma das medidas dos arcos de circunferências $\overset{\frown}{B'B''}$; $\overset{\frown}{C''C'}$; $\overset{\frown}{D'D''}$ e $\overset{\frown}{A''A'}$ é igual ao comprimento de uma circunferência de raio 10m, ou seja $2\pi \cdot 10 = 20\pi m$.

Logo, o comprimento da fita, em metros, é

$60 + 30 + 30 + 30\sqrt{2} + 20\pi =$

$= 20\pi + 120 + 30\sqrt{2} = 20\pi + 30 \cdot (4 + \sqrt{2})$

Resposta: B

Em fevereiro de 2021, um grupo de físicos da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) publicou um artigo que foi capa da importante revista Nature. O texto a seguir foi retirado de uma reportagem do site da UFMG sobre o artigo:

O nanoscópio, prossegue Ado Jorio (professor da UFMG), ilumina a amostra com um microscópio óptico usual. O foco da luz tem o tamanho de um círculo de 1 micrômetro de diâmetro. "O que o nanoscópio faz é inserir uma nanoantena, que tem uma ponta com diâmetro de 10 nanômetros, dentro desse foco de 1 micrômetro e escanear essa ponta. A imagem com resolução nanométrica é formada por esse processo de escaneamento da nanoantena, que localiza o campo eletromagnético da luz em seu ápice", afirma o professor.

Itamar Rigueira Jr. "Nanoscópio da UFMG possibilita compreender estrutura que torna grafeno supercondutor".

Adaptado. Disponível em https://ufmg.br/comunicacao/noticias/.Gadelha A C et al. (2021), Nature, 590, 405-409, doi: 10.1038/s41586-021-03252-5.

Com base nos dados mencionados no texto, a razão entre o diâmetro do foco da luz de um microscópio óptico usual e o diâmetro da ponta da nanoantena utilizada no nanoscópio é da ordem de:

a) 0,0001
b) 0,01
c) 1
d) 100
e) 10000

Resolução

(I) Em relação ao microscópio óptico comum:

$$d_{usual} = 1\ \mu m = 1 \ .\ 10^{-6} m$$

Em relação ao comprimento da ponta da nanoantena:

$$p_{nano} = 10 nm = 10 \ .\ 10^{-9} m = 1 \ .\ 10^{-8} m$$

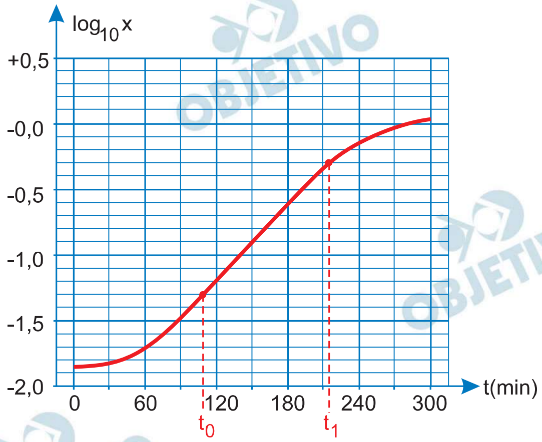
(II) Sendo R a razão pedida, vem:

$$R = \frac{d_{usual}}{p_{nano}} \Rightarrow R = \frac{1 \ .\ 10^{-6} m}{1 \ .\ 10^{-8} m}$$

Da qual: $\boxed{R = 10^2 = 100}$

Resposta: D

A quantidade de bactérias em um líquido é diretamente proporcional à medida da *turbidez* desse líquido. O gráfico mostra, em escala logarítmica, o crescimento da turbidez x de um líquido ao longo do tempo t (medido em minutos), isto é, mostra $\log_{10} x$ em função de t. Os dados foram coletados de 30 em 30 minutos, e uma curva de interpolação foi obtida para inferir valores intermediários.



Disponível em https://fankhauserblog.wordpress.com/.

Com base no gráfico, em quantas vezes a população de bactérias aumentou, do instante t_0 para o instante t_1?

a) 2

b) 4

c) 5

d) 10

e) 100

Resolução

Sendo x_0 a turbidez em t_0 e x_1 a turbidez em t_1, a partir do gráfico, temos:

$$\begin{cases} -1{,}3 = \log_{10} x_0 \\ -0{,}3 = \log_{10} x_1 \end{cases} \Rightarrow \log_{10} x_1 - \log_{10} x_0 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{10}\left(\frac{x_1}{x_0}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_0} = 10^1 \Leftrightarrow x_1 = 10\, x_0$$

A quantidade de bactérias é diretamente proporcional à medida da turbidez, assim a população de bactérias aumentou 10 vezes de t_0 para t_1.

Resposta: D