136

O sistema de numeração romano ainda é utilizado na indicação de capitulos e volumes de livros, na designação de séculos e, em ordem cronológica, de papas e reis de mesmo nome. São utilizadas sete letras do alfabeto:

Quatro fundamentais: I (vale 1); X (vale 10); C (vale 100) e M (vale 1 000).

Três secundárias: V (vale 5); L (vale 50) e D (vale 500).

As regras para escrever números romanos são:

1. Não existe símbolo correspondente ao zero;

2. Os símbolos fundamentais podem ser repetidos até três vezes e seus valores são adicionados. Exemplo: XXX = 30;

3. Uma letra posta à esquerda de outra de maior valor indica subtração dos respectivos valores.

Exemplo: IX = 10 – 1 = 9;

4. Uma letra posta à direita de outra de maior valor indica adição dos respectivos valores.

Exemplo: XI = 10 + 1 = 11.

Em uma cidade europeia há uma placa indicando o ano de sua fundação: MCDLXIX.

Quantos anos de fundação essa cidade comemorará em 2050?

a) 379

b) 381

c) 579

d) 581

e) 601

Resolução

Obervando que

$$\underbrace{\text{M}}_{1000} + \underbrace{\text{CD}}_{(500-100)} + \underbrace{\text{LX}}_{(50+10)} + \underbrace{\text{IX}}_{(10-1)},$$

temos: MCDLXIX = 1000 + 400 + 60 + 9 = 1469

Assim sendo, em 2050 a cidade comemorará
(2050 – 1469) anos = 581 anos

Resposta: D

Uma das bases mais utilizadas para representar um número é a base decimal. Entretanto, os computadores trabalham com números na base binária. Nessa base, qualquer número natural é representado usando apenas os algarismo 0 e 1. Por exemplo, as representações dos números 9 e 12, na base binária, são 1001 e 1100, respectivamente. A operação de adição, na base binária, segue um algoritmo similar ao utilizado na base decimal, como detalhado no quadro:

a	**b**	**a + b**
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	10

Por exemplo, na base binária, a soma dos números 10 e 10 é 100, como apresentado:

$$\begin{array}{r} 10 \\ +\ 10 \\ \hline 100 \end{array}$$

Considerando as informações do texto, o resultado da adição 9 + 12 será representado, na base binária, por

a) 101.

b) 1101.

c) 1111.

d) 10101.

e) 11001.

Resolução

1) 9 + 12 = 21

2)

$$\begin{array}{llllll} 21 & \underline{|\ 2} & & & & \\ 1 & 10 & \underline{|\ 2} & & & \\ & 0 & 5 & \underline{|\ 2} & & \\ & & 1 & 2 & \underline{|\ 2} & \\ & & & 0 & 1 & \underline{|\ 2} \\ & & & & 1 & 0 \end{array}$$

3) $\mathbf{(21)_{10} = (1\,0\,1\,0\,1)_2}$

Resposta: D

Uma unidade de medida comum usada para expressar áreas de terrenos de grandes dimensões é o hectare, que equivale a 10000 m^2. Um fazendeiro decide fazer um loteamento utilizando 3 hectares de sua fazenda, dos quais 0,9 hectare será usado para a construção de ruas e calçadas e o restante será dividido em terrenos com área de 300 m^2 cada um. Os 20 primeiros terrenos vendidos terão preços promocionais de R$ 20 000,00 cada, e os demais, R$ 30000,00 cada.

Nas condições estabelecidas, o valor total, em real, obtido pelo fazendeiro com a venda de todos os terrenos será igual a

a) 700 000.

b) 1 600 000.

c) 1 900 000.

d) 2 200 000.

e) 2 800 000.

Resolução

1) 3ha = 3 . 10 000m^2 = 30 000 m^2

2) 0,9ha = 0,9 . 10 000 m^2 = 9 000 m^2

3) Área reservada para os terrenos:
30 000 m^2 – 90 000 m^2 = 21 000 m^2

4) Número de terrenos de 300 m^2 cada:
21 000 ÷ 300 = 70

5) Valor arrecadado com a venda dos primeiros 20 terrenos:
20 . R$ 20 000,00 = R$ 400 000,00

6) Valor arrecadado com a venda dos 70 – 20 = 50 terrenos:
50 . R$ 30 000,00 = R$ 1 500 000, 00

7) Arrecadação total
R$ 400 000,00 + R$ 1 500 000,00 =
= R$ 1 900 000,00

Resposta: C

Uma pessoa produzirá uma fantasia utilizando como materiais: 2 tipos de tecidos diferentes e 5 tipos distintos de pedras ornamentais. Essa pessoa tem à sua disposição 6 tecidos diferentes e 15 pedras ornamentais distintas.

A quantidade de fantasias com materiais diferentes que podem ser produzidas é representada pela expressão

a) $\dfrac{6!}{4!2!} \cdot \dfrac{15!}{10!5!}$

b) $\dfrac{6!}{4!2!} + \dfrac{15!}{10!5!}$

c) $\dfrac{6!}{2!} + \dfrac{15!}{5!}$

d) $\dfrac{6!}{2!} \cdot \dfrac{15!}{5!}$

e) $\dfrac{21!}{7!14!}$

Resolução

A quantidade de maneiras de se escolher 2 tipos de tecidos diferentes a partir de 6 é dado por

$$C_{6,2} = \frac{6!}{4!2!}$$

A quantidade de maneiras de se escolher 5 tipos diferentes de pedras ornamentais a partir de 15 é dada por $C_{15,5} = \dfrac{15!}{10!5!}$

Assim, a quantidade de maneiras de se escolher 2 tecidos e 5 pedras é

$$\frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{15!}{10!5!}$$

Resposta: A

Os diretores de uma escola precisam construir um laboratório para uso dos alunos. Há duas possibilidades:

(i) um laboratório do tipo A, com capacidade para 100 usuários, a um custo de 180 mil reais e gastos de 60 mil reais por ano para manutenção;

(ii) um laboratório do tipo B, com capacidade para 80 usuários, a um custo de 120 mil reais e gastos com manutenção de 16 mil reais por ano.

Considera-se que, em qualquer caso, o laboratório implantado será utilizado na totalidade de sua capacidade.

A economia da escola, na utilização de um laboratório tipo B, em vez de um laboratório tipo A, num período de 4 anos, por usuário, será de

a) 1,31 mil reais.

b) 1,90 mil reais.

c) 2,30 mil reais.

d) 2,36 mil reais.

e) 2,95 mil reais,

Resolução

1) Valor gasto, em reais, por usuário, com um laboratório do tipo A, num período de 4 anos:

$$\frac{180\,000 + 4 \,.\, 60\,000}{100} = 4\,200$$

2) Valor gasto, em reais, por usuário, com um laborátorio do tipo B, num período de 4 anos:

$$\frac{120\,000 + 4 \,.\, 16\,000}{80} = 2\,300$$

3) A economia da escola, na utilização de um laboratório tipo B em vez de um laboratório tipo A, num período de 4 anos, por usuário, será de R$ 4 200,00 – R$ 2 300,00 = R$ 1 900,00

4) R$ 1 900,00 = 1,9 mil reais

Resposta: B

Um ciclista amador de 61 anos de idade utilizou um monitor cardíaco para medir suas frequências cardíacas em quatro diferentes tipos de trechos do percurso. Os resultados das frequências cardíacas máximas alcançadas nesses trechos foram:

Trechos do percurso	**Frequências cardíacas máximas (bpm)**
Leve no plano	90
Forte no plano	120
Subida moderada	130
Subida forte	140

Sabe-se que a faixa aeróbica ideal para o ganho de condicionamento fisico é entre 65% e 85% da frequência cardíaca máxima (Fc máx.), que, por sua vez, é determinada pela fórmula:

$$\text{Fc máx.} = 220 - \text{idade},$$

em que a idade é dada em ano e Fc máx. é dada em bpm (batimento por minuto).

Os trechos do percurso nos quais esse ciclista se mantém dentro de sua faixa aeróbica ideal, para o ganho de condicionamento físico, são

a) leve no plano, forte no plano, subida moderada e subida forte.

b) leve no plano, forte no plano e subida moderada.

c) forte no plano, subida moderada e subida forte.

d) forte no plano e subida moderada.

e) leve no plano e subida forte.

Resolução

(I) Frequência cardíaca máxima do ciclista:

F_c máx =220 – 61 = 159

II) O ideal é que a frequência cardíaca (x) fique entre 65% e 85% de F_c máx

$65\% \cdot 159 < x < 85\% \cdot 159$

$103{,}35 < x < 135{,}15$

III) Os trechos do percurso cuja frequência cardíaca máxima pertence ao intervalo $103{,}35 < x < 135{,}15$ são:

Forte no plano e Subida Moderada.

Resposta: D

Um lava-rápido oferece dois tipos de lavagem de veículos: lavagem simples, ao preço de R$ 20,00, e lavagem completa, ao preço de R$ 35,00. Para cobrir as despesas com produtos e funcionários, e não ter prejuízos, o lava-rápido deve ter uma receita diária de, pelo menos, R$ 300,00.

Para não ter prejuízo, o menor número de lavagens diárias que o lava-rápido deve efetuar é

a) 6.

b) 8.

c) 9.

d) 15.

e) 20.

Resolução

I) s: quantidade de lavagem simples
c: quantidade de lavagem completa

II) De acordo com dados do enunciado, teremos:
$20s + 35c \geq 300$

III) Para se ter uma receita diária igual ou superior a 300 reais, o número mínimo de lavagens é 9; isso acontece em duas situações:

- **$s = 1$ e $c = 8$ ou**
- **$s = 0$ e $c = 9$**

Com 9 lavagens <u>é possível</u> conseguir uma receita de pelo menos R$ 300,00 desde que $s = 0$ ou $s = 1$.

A situação <u>mais desfavorável</u> é, porém, aquela em que todas as lavagens são simples. Neste caso, o menor número seria <u>15</u>, pois 15 . R$ 20,00 = R$ 300,00.

Logo:

1) Com 9 lavagens <u>é possível</u> conseguir R$ 300,00.

2) Com 15 lavagens consegue-se, <u>com certeza</u>, pelo menos R$ 300,00.

Resposta: Gabarito Oficial: C

Após consulta médica, um paciente deve seguir um tratamento composto por três medicamentos: X, Y e Z.

O paciente, para adquirir os três medicamentos, faz um orçamento em três farmácias diferentes, conforme o quadro.

	X	Y	Z
Farmácia 1	R$ 45,00	R$ 40,00	R$ 50,00
Farmácia 2	R$ 50,00	R$ 50,00	R$ 40,00
Farmácia 3	R$ 65,00	R$ 45,00	R$ 35,00

Dessas farmácias, algumas oferecem descontos:

- na compra dos medicamentos X e Y na Farmácia 2, recebe-se um desconto de 20% em ambos os produtos, independentemente da compra do medicamento Z, e não há desconto para o medicamento Z;
- na compra dos 3 medicamentos na Farmácia 3, recebe-se 20% de desconto no valor total da compra.

O paciente deseja efetuar a compra de modo a minimizar sua despesa com os medicamentos.

De acordo com as informações fornecidas, o paciente deve comprar os medicamentos da seguinte forma:

a) X, Y e Z na Farmácia 1.

b) X e Y na Farmácia l e Z na Farmácia 3.

c) X e Y na Farmácia 2 e Z na Farmácia 3

d) X na Farmácia 2, Y e Z na Farmácia 3.

e) X, Y e Z na Farmácia 3.

Resolução

I) farmácia 1: sem descontos
medicamento x = R$ 45,00
medicamento y = R$ 40,00
medicamento z = R$ 50,00

II) farmácia 2: desconto de 20% na compra dos medicamentos x e y juntos.
(50,00 + 50,00) . 0,8 = R$ 80,00

III) farmácia 3: desconto de 20% na compra.
medicamento x = 65 . 0,8 = R$ 52,00
medicamento y = 45 . 0,8 = R$ 36,00
medicamento z = 35 . 0,8 = R$ 28,00
Verificando as alternativas

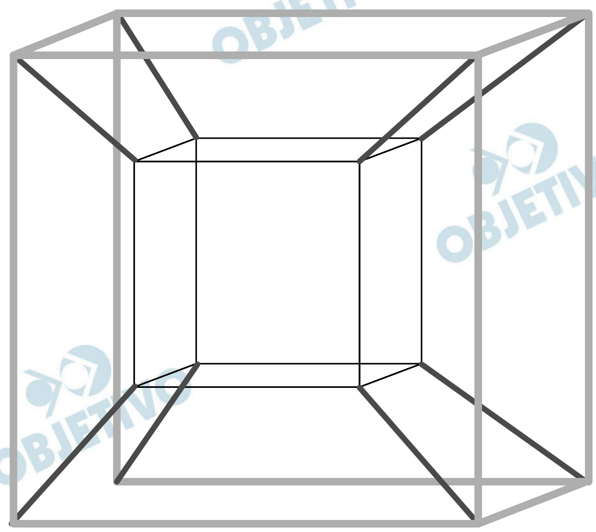
a) 45 + 40 + 50 = R$ 135,00
b) 45 + 40 + 28 = R$ 113,00
c) 80 + 28 = R$ 108,00
d) 50 + 36 + 28 = R$ 114,00

e) **52 + 36 + 28 = R$ 116,00**

Logo o valor da menor compra ocorre na alternativa *C*.

Resposta: C

Muitos brinquedos que frequentemente são encontrados em praças e parques públicos apresentam formatos de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Uma empresa foi contratada para desenvolver uma nova forma de brinquedo. A proposta apresentada pela empresa foi de uma estrutura formada apenas por hastes metálicas, conectadas umas às outras, como apresentado na figura. As hastes de mesma tonalidade e espessura são congruentes.



Com base na proposta apresentada, quantas figuras geométricas planas de cada tipo são formadas pela união das hastes?

a) 12 trapézios isósceles e 12 quadrados.

b) 24 trapézios isósceles e 12 quadrados.

c) 12 paralelogramos e 12 quadrados.

d) 8 trapézios isósceles e 12 quadrados.

e) 12 trapézios escalenos e 12 retângulos.

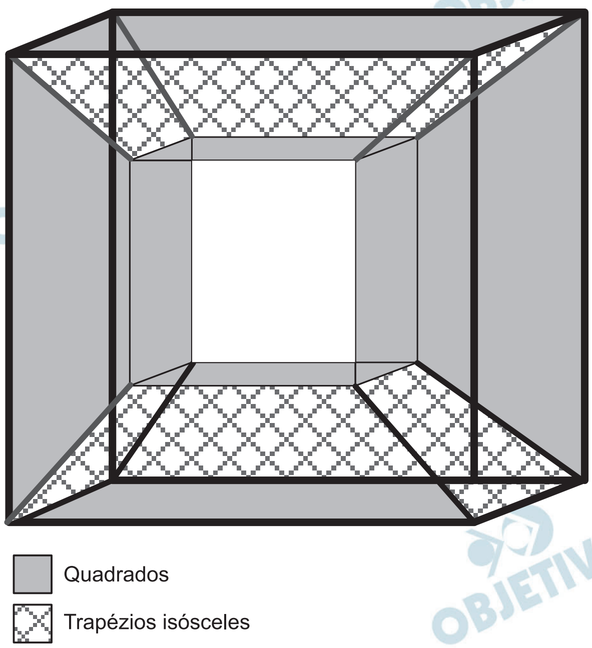
Resolução

I) Conforme enunciado traços de mesma cor e espessura são congruentes; assim existem 2 cubos, num interno e outro externo somando 12 faces que são quadrados.

II) Agora as arestas do cubo menor e as arestas do cubo maior formas respectivamente a base menor e a base maior de um trapézio.

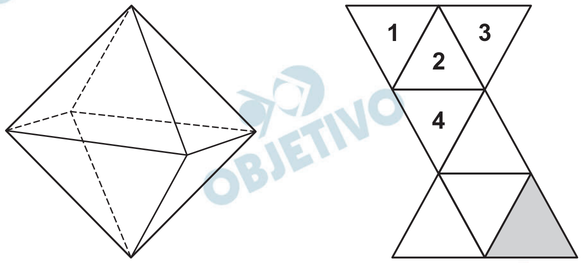
III) Estes trapézios são isósceles, pois as barras que ligam os vértices do cubo maior com os vértices do cubo menor possuem a mesma cor e espessura.

IV) Assim a resposta correta é o item A, 12 trapézios isósceles e 12 quadrados.



Resposta: **A**

Num octaedro regular, duas faces são consideradas opostas quando não têm nem arestas, nem vértices em comum. Na figura, observa-se um octaedro regular e uma de suas planificações, na qual há uma face colorida na cor cinza escuro e outras quatro faces numeradas.



Qual(is) face(s) ficará(ão) oposta(s) à face de cor cinza escuro, quando o octaedro for reconstruido a partir da planificação dada?

a) 1, 2, 3 e 4

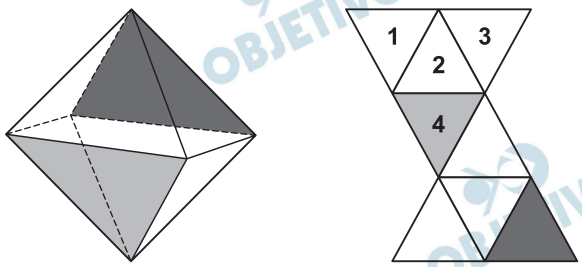
b) 1 e 3

c) 1

d) 2

e) 4

Resolução



Observando a planificação do octaedro regular, notamos que a face 4 não possui arestas nem vértices em comum com a face cinza escuro; logo, ela estará oposta a esta face no octaedro.

Resposta: E

O instrumento de percussão conhecido como triângulo é composto por uma barra fina de aço, dobrada em um formato que se assemelha a um triângulo, com uma abertura e uma haste, conforme ilustra a Figura 1.

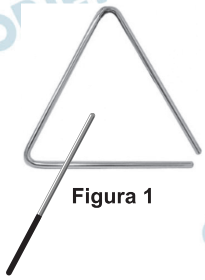


Figura 1

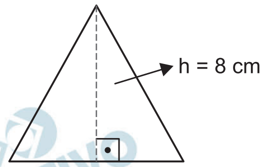


Figura 2

Uma empresa de brindes promocionais contrata uma fundição para a produção de miniaturas de instrumentos desse tipo. A fundição produz, inicialmente, peças com o formato de um triângulo equilátero de altura h, conforme ilustra a Figura 2. Após esse processo, cada peça é aquecida, deformando os cantos, e cortada em um dos vértices, dando origem à miniatura, Assuma que não ocorram perdas de material no processo de produção, de forma que o comprimento da barra utilizada seja igual ao perímetro do triângulo equilátero representado na Figura 2.

Considere 1,7 como valor aproximado para $\sqrt{3}$.

Nessas condições, o valor que mais se aproxima da medida do comprimento da barra, em centímetro, é

a) 9,07.

b) 13,60.

c) 20,40.

d) 27,18.

e) 36,24.

Resolução

Sendo l a medida do lado do triângulo equilátero de altura h = 8 cm, temos:

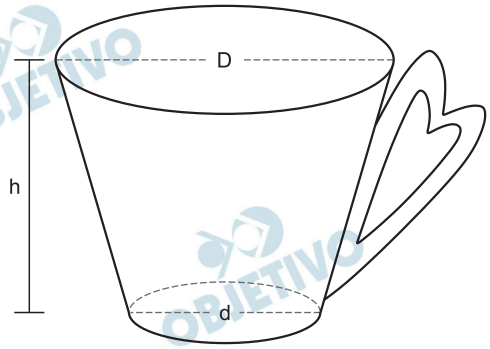
$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 8 = \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow l = \frac{16}{\sqrt{3}} \Rightarrow l = \frac{16\sqrt{3}}{3}\ \text{cm}$$

O comprimento C da barra é igual ao perímetro do triângulo equilátero. Assim,

$$C = 3\,l = 3 \,.\, \frac{16\sqrt{3}}{3} = 16\sqrt{3} = 16 \,.\, 1{,}7 \Rightarrow C = 27{,}2\ \text{cm}$$

Resposta: D

Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme ilustração.



Sabe-se que 1 cm3 = 1 mL e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro (D) medindo 10cm, e a base é um circulo de diâmetro (d) medindo 8 cm.

Além disso, sabe-se que a altura (h) dessa caneca mede 12 cm (distância entre o centro das circunferéncias do topo e da base).

Utilize 3 como aproximação para π.

Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?

a) 216.

b) 408.

c) 732.

d) 2 196.

e) 2 928.

Resolução

Sendo R e r os raios do topo e da base da caneca, respectivamente, temos:

$$R = \frac{D}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm e } r = \frac{d}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

Como a caneca tem o formato de um tronco de cone cuja altura é h = 12 cm, seu volume é dado por:

$$V_{caneca} = \frac{h}{3} \cdot (\pi R^2 + \pi r^2 + \sqrt{\pi R^2 \cdot \pi r^2}) =$$

$$= \frac{12}{3} \cdot (3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 4^2 + \sqrt{3 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot 4^2} =$$

$$= 4 \cdot (75 + 48 + 60) = 732 \text{ cm}^3$$

Logo, $V_{caneca} = 732 \text{ m}\ell$

Resposta: C

O dono de uma loja pretende usar cartões imantados para a divulgação de sua loja. A empresa que fornecerá o serviço lhe informa que o custo de fabricação do cartão é de R$ 0,01 por centímetro quadrado e que disponibiliza modelos tendo como faces úteis para impressão:

- um triângulo equilátero de lado 12 cm;
- um quadrado de lado 8 cm;
- um retângulo de lados 11 cm e 8 cm;
- um hexágono regular de lado 6 cm;
- um círculo de diâmetro 10 cm.

O dono da loja está disposto a pagar, no máximo, R$ 0,80 por cartão. Ele escolherá, dentro desse limite de preço, o modelo que tiver maior área de impressão.

Use 3 como aproximação para π e use 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Nessas condições, o modelo que deverá ser escolhido tem como face útil para impressão um

a) triângulo.

b) quadrado.

c) retângulo.

d) hexágono.

e) círculo.

Resolução

I) O triângulo equilátero de lado 12 cm tem área

$$\frac{12^2\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3} = 36 \,.\, 1{,}7 = 61{,}2 \text{ cm}^2 \text{ e o custo é}$$

61,2 . R\$ 0,01 = R\$ 0,61

II) O quadrado de lado 8 cm tem área $8^2 = 64$ cm^2 e o custo é 64 . R\$ 0,01 = R\$ 0,64.

III) O retângulo de dimensões 11 cm e 8 cm tem área 11 . 8 = 88 cm^2 e o custo é 88 . R\$ 0,01 = R\$ 0,88 que não serve, pois é maior que R\$ 0,80.

IV) O hexágono regular de lado 6 cm tem área

$$6 \,.\, \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 54 \,.\, 1{,}7 = 91{,}8 \text{ cm}^2 \text{ e o custo é}$$

91,8 . R\$ 0,01 = R\$ 0,92 que não serve pois é maior que R\$ 0,80.

V) O círculo de diâmetro 10 cm (raio 5 cm) tem área $\pi \,.\, 5^2 = 3 \,.\, 5^2 = 75$ cm^2 e o custo é 75 . R\$ 0,01 = R\$ 0,75.

Assim o modelo que deverá ser escolhido é o círculo.

Resposta: $\boxed{E}$

A relação de Newton-Laplace estabelece que o módulo volumétrico de um fluido é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade do som (em metro por segundo) no fluido e à sua densidade (em quilograma por metro cúbico), com uma constante de proporcionalidade adimensional.

Nessa relação, a unidade de medida adequada para o módulo volumétrico é

a) $kg \,.\, m^{-2} \,.\, s^{-1}$.

b) $kg \,.\, m^{-1} \,.\, s^{-2}$.

c) $kg \,.\, m^{-5} \,.\, s^{2}$.

d) $kg^{-1} \,.\, m^{1} \,.\, s^{2}$.

e) $kg^{-1} \,.\, m^{5} .\, s^{-2}$.

Resolução

Para que o módulo volumétrico seja diretamente proporcional ao quadrado da velocidade do som, ele precisa ser escrito na forma $K \,.\, \left(\frac{m}{s}\right)^2$. Da mesma maneira, para ser diretamente proporcional à densidade, precisa ser escrito na forma $b \,.\, \frac{kg}{m^3}$.

Portanto, o módulo volumétrico precisa ser escrito como

$|v| = K \,.\, \frac{m^2}{s^2} \,.\, b \,.\, \frac{kg}{m^3}$, com unidade de medida $kg \,.\, m^{-1} \,.\, s^{-2}$

Resposta: B

Uma pessoa pretende viajar por uma companhia aérea que despacha gratuitamente uma mala com até 10 kg.

Em duas viagens que realizou, essa pessoa utilizou a mesma mala e conseguiu 10 kg com as seguintes combinações de itens:

Viagem	Camisetas	Calças	Sapatos
I	12	4	3
II	18	3	2

Para ter certeza de que sua bagagem terá massa de 10 kg, ela decide levar essa mala com duas calças, um sapato e o máximo de camisetas, admitindo que itens do mesmo tipo têm a mesma massa.

Qual a quantidade máxima de camisetas que essa pessoa poderá levar?

a) 22

b) 24

c) 26

d) 33

e) 39

Resolução

Sendo x a massa de cada camiseta, y a massa de cada calça e z a massa de cada sapato, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 12x + 4y + 3z = 10 & \text{(I)} \\ 18x + 3y + 2z = 10 & \text{(II)} \\ kx + 2y + z = 10 & \text{(III)} \end{cases}$$

onde k é a quantidade máxima de camisetas que a pessoa poderá levar.

Do sistema, temos:

(II) – (I): $6x - y - z = 0$ (IV)

(II) – (III): $(18 - k)\,x + y + z = 0$ (V)

Somando (IV) e (V), temos:

$(18 - k + 6)\,x = 0.$

Como $x \neq 0$, temos: $18 - k + 6 = 0 \Rightarrow k = 24$

Resposta: B

Um automóvel apresenta um desempenho médio de 16 km/L. Um engenheiro desenvolveu um novo motor a combustão que economiza, em relação ao consumo do motor anterior, 0,1 L de combustível a cada 20 km percorridos.

O valor do desempenho médio do automóvel com o novo motor, em quilômetro por litro, expresso com uma casa decimal, é

a) 15,9.
b) 16,1.
c) 16,4.
d) 17,4.
e) 18,0.

Resolução

O motor atual tem um consumo de 1,25 L para percorrer 20 km, pois:

$$\begin{cases} 16\text{ km} \text{ —— } 1\text{ L} \\ 20\text{ km} \text{ —— } x \end{cases} \Leftrightarrow 16x = 20 \Leftrightarrow x = \frac{20}{16} \Leftrightarrow x = 1{,}25$$

Como o novo motor apresenta uma economia de 0,1 L a cada 20 km, então seu consumo para 1,15 L.
Assim,

$$\begin{cases} 20\text{ km} \text{ —— } 1{,}15\text{ L} \\ y \text{ —— } 1\text{L} \end{cases} \Leftrightarrow 1{,}15y = 20 \Leftrightarrow y = \frac{20}{1{,}15} \Leftrightarrow y \cong 17{,}39$$

Portanto, o desempenho será de aproximadamente 17,4 km/L.

Resposta: D

O projeto de um contêiner, em forma de paralelepípedo reto retangular, previa a pintura dos dois lados (interno e externo) de cada uma das quatro paredes com tinta acrílica e a pintura do piso interno com tinta epóxi. O construtor havia pedido, a cinco fornecedores diferentes, orçamentos das tintas necessárias, mas, antes de iniciar a obra, resolveu mudar o projeto original, alterando o comprimento e a largura para o dobro do originalmente previsto, mantendo inalterada a altura. Ao pedir novos orçamentos aos fornecedores, para as novas dimensões, cada um deu uma resposta diferente sobre as novas quantidades de tinta necessárias.

Em relação ao previsto para o projeto original, as novas quantidades de tinta necessárias informadas pelos fornecedores foram as seguintes:

- Fornecedor I: “O dobro, tanto para as paredes quanto para o piso.”
- Fornecedor II: “O dobro para as paredes e quatro vezes para o piso.”
- Fornecedor III: “Quatro vezes, tanto para as paredes quanto para o piso.”
- Fornecedor IV: “Quatro vezes para as paredes e o dobro para o piso.”
- Fornecedor V: “Oito vezes para as paredes e quatro vezes para o piso.”

Analisando as informações dos fornecedores, o construtor providenciará a quantidade adequada de material. Considere a porta de acesso do contêiner como parte de uma das paredes.

Qual dos fornecedores prestou as informações adequadas, devendo ser o escolhido pelo construtor para a aquisição do material?

a) I

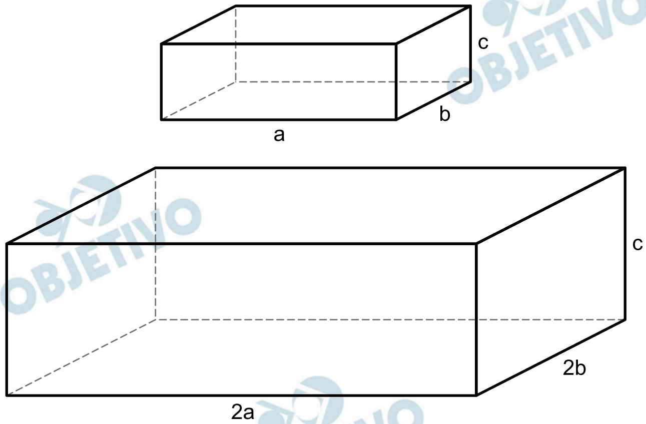
b) II

c) III

d) IV

e) V

Resolução



Sendo a, b, c e 2a, 2b e c as dimensões do paralelepípedo do projeto original e do projeto após a alteração, respectivamente, temos:

1) Área das quatro paredes do projeto original (A_I) e após a alteração (A_{II})

$A_I = 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$

$A_{II} = 2 \cdot (2a) \cdot c + 2 \cdot (2b) \cdot c = 4 \cdot a \cdot c + 4 \cdot b \cdot c$

2) Área do piso do projeto original (A_{III}) e após a alteração (A_{IV})

$A_{III} = a \cdot b$

$A_{IV} = (2a) \cdot (2b) = 4 \cdot a \cdot b$

Logo, em relação ao projeto original, as novas quantidades de tinta necessárias para o novo projeto são: o dobro para as paredes e quatro vezes para o piso.

Resposta: B

Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa.

Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π.

Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a

a) 1,12.

b) 3,10.

c) 4,35.

d) 4,48.

e) 5,60.

Resolução

O consumo total de água neste povoado nos sete dias é 120 . 100 . 7 = 84 000 L.
Como 1m^3 equivale a 1000 L; pode-se dizer que o volume do reservatório deve ser 84 m^3.
Seja h a altura interna do reservatório, em metros, de acordo com os dados do enunciado segue que:

$$\pi \,.\, (2{,}5)^2 \,.\, h = 84 \Leftrightarrow 3 \,.\, 6{,}25 \,.\, h = 84 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{84}{18{,}75} \Leftrightarrow h = 4{,}48$$

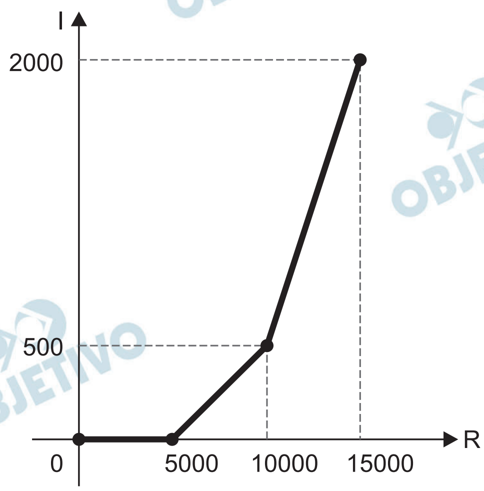
Resposta: D

O quadro representa a relação entre o preço de um produto *(R)* e seu respectivo imposto devido *(l)*.

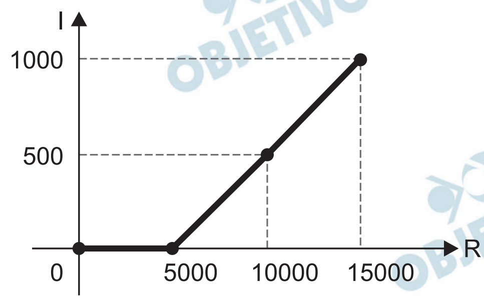
Preço do produto *(R)*	**Imposto devido *(l)***
$R \leq 5\,000$	isento
$5\,000 < R \leq 10\,000$	10% de $(R - 5\,000)$
$10\,000 < R \leq 15\,000$	$500 + 30\%$ de $(R - 10\,000)$

O gráfico que melhor representa essa relação é

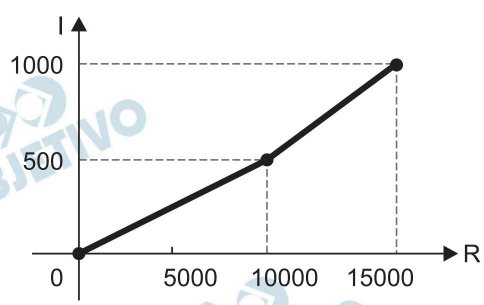
a)



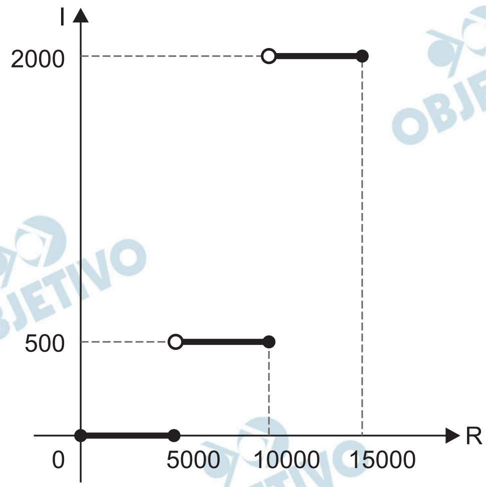
b)



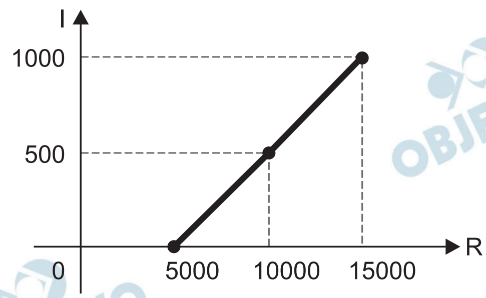
c)



d)



e)

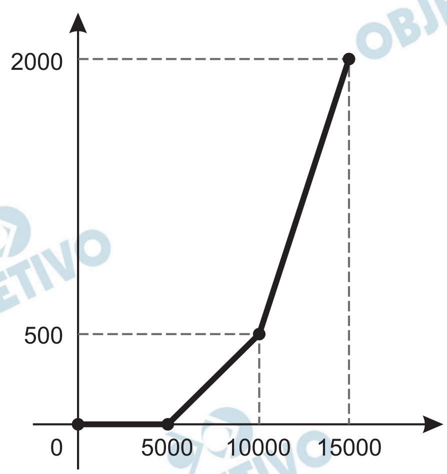


Resolução

De acordo com a tabela que relaciona o imposto devido I de acordo com o preço do produto R é dada por

$$I(R) = \begin{cases} 0, \text{ se } R \leq 5\,000 \\ 0{,}1 \cdot (R - 5\,000), \text{ se } 5\,000 < R \leq 10\,000 \\ 500 + 0{,}3 \cdot (R - 10\,000), \text{ se } 10\,000 < R \leq 15\,000 \end{cases}$$

Assim, o gráfico que melhor representa a função I(R) é:

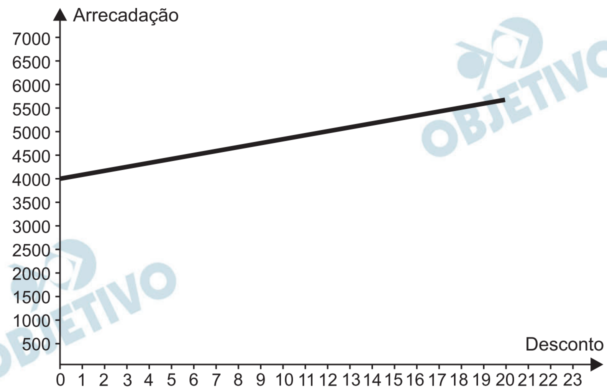


Resposta: A

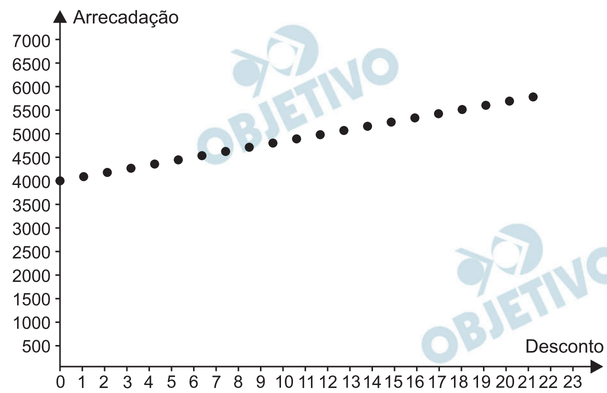
O administrador de um teatro percebeu que, com ingresso do evento a R$ 20,00, um show conseguia atrair 200 pessoas e que, a cada R$ 1,00 de redução no preço do ingresso, o número de pessoas aumentava em 40. Ele sabe que os donos do teatro só admitem trabalhar com valores inteiros para os ingressos, pela dificuldade de disponibilizar troco, e pretende convencê-los a diminuir o preço do ingresso. Assim, apresentará um gráfico da arrecadação em função do valor do desconto no preço atual do ingresso.

O gráfico que mais se assemelha ao que deve ser elaborado pelo administrador é

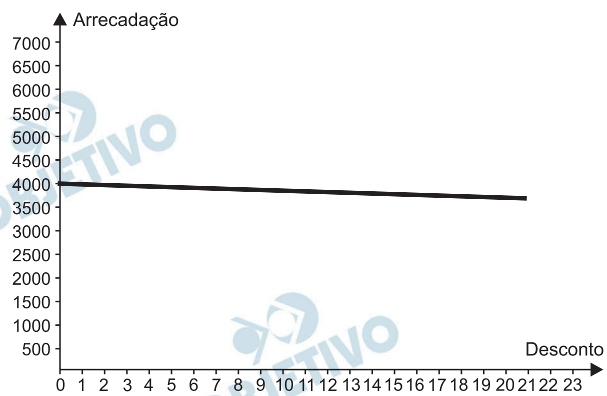
a)



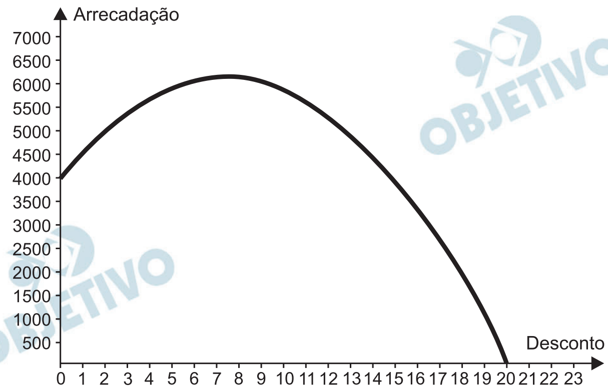
b)



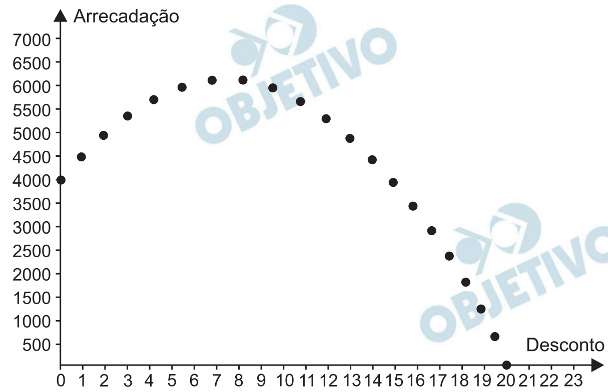
c)



d)



e)



Resolução

De acordo com as informações do enunciado segue que a arrecadação A, do teatro em função da redução de x reais no preço do ingresso é dada por:

$A(x) = (20 - x) \cdot (200 + 40x)$

Como existe a condição de se usar apenas valores inteiros; temos que $x \in \mathbb{N}$. Logo, o gráfico desta função possui pontos do tipo (x, A(x)), pertecentes a uma parábola.

Logo, o gráfico *E* é o que melhor representa tal função.

Resposta: E

Uma construtora, pretendendo investir na construção de imóveis em uma metrópole com cinco grandes regiões, fez uma pesquisa sobre a quantidade de famílias que mudaram de uma região para outra, de modo a determinar qual região foi o destino do maior fluxo de famílias, sem levar em consideração o número de famílias que deixaram a região. Os valores da pesquisa estão dispostos em uma matriz $A = [a_{ij}]$, $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, em que o elemento a_{ij} corresponde ao total de famílias (em dezena) que se mudaram da região i para a região j durante um certo período, e o elemento a_{ii} é considerado nulo, uma vez que somente são consideradas mudanças entre regiões distintas. A seguir, está apresentada a matriz com os dados da pesquisa.

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Qual região foi selecionada para o investimento da construtora?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Resolução

O total de famílias (em dezenas) que se mudaram da região *i* para a região *j*, pode ser calculado a partir da seguinte tabela:

	Região 1	Região 2	Região 3	Região 4	Região 5
Região 1	**0**	**4**	**2**	**2**	**5**
Região 2	**0**	**0**	**6**	**2**	**3**
Região 3	**2**	**2**	**0**	**3**	**0**
Região 4	**1**	**0**	**2**	**0**	**4**
Região 5	**1**	**2**	**0**	**4**	**0**
Total	**4**	**8**	**10**	**11**	**12**

E assim, a região 5 foi selecionada para o investimento por ser a região de maior fluxo.

Resposta: $\boxed{E}$

Para realizar um voo entre duas cidades que distam 2 000 km uma da outra, uma companhia aérea utilizava um modelo de aeronave A, capaz de transportar até 200 passageiros. Quando uma dessas aeronaves está lotada de passageiros, o consumo de combustível é de 0,02 litro por quilômetro e por passageiro. Essa companhia resolveu trocar o modelo de aeronave A pelo modelo de aeronave B, que é capaz de transportar 10% de passageiros a mais do que o modelo A, mas consumindo 10% menos combustível por quilômetro e por passageiro.

A quantidade de combustível consumida pelo modelo de aeronave B, em relação à do modelo de aeronave A, em um voo lotado entre as duas cidades, é

a) 10% menor,

b) 1% menor.

c) igual.

d) 1% maior.

e) 11% maior.

Resolução

1) A aeronave A com 200 passageiros, tem o consumo de 0,02 litro por quilômetro e por passageiro e assim nos 2000 km, a quantidade em litros consumida é $0,02 \cdot 200 \cdot 2000 = 8000$.

2) A aeronave B com $200 \cdot 1,10 = 220$ passageiros, tem o consumo de $(0,90) \cdot (0,02)$ litros $= 0,018$ litros por quilômetro e por passageiro e assim nos 2000 km, a quantidade em litros consumida é $0,018 \cdot 220 \cdot 2000 = 7920$.

3) A quantidade, em litros, de combustível consumida pela aeronave B reduziu em $8000 - 7920 = 80$ que corresponde a $\dfrac{80}{8000} = \dfrac{1}{100} = 1\%$ menor em relação a quantidade consumida pela aeronave A.

Resposta: B

Em uma corrida automobilística, os carros podem fazer paradas nos boxes para efetuar trocas de pneus. Nessas trocas, o trabalho é feito por um grupo de três pessoas em cada pneu. Considere que os grupos iniciam o trabalho no mesmo instante, trabalham à mesma velocidade e cada grupo trabalha em um único pneu. Com os quatro grupos completos, são necessários 4 segundos para que a troca seja efetuada. O tempo gasto por um grupo para trocar um pneu é inversamente proporcional ao número de pessoas trabalhando nele. Em uma dessas paradas, um dos trabalhadores passou mal, não pôde participar da troca e nem foi substituído, de forma que um dos quatro grupos de troca ficou reduzido.

Nessa parada específica, com um dos grupos reduzido, qual foi o tempo gasto, em segundo, para trocar os quatro pneus?

a) 6,0

b) 5,7

c) 5,0

d) 4,5

e) 4,4

Resolução

1) **A partir do enunciado um dos grupos terá uma pessoa a menos para a troca de um dos pneus.**

2) **Na tabela a seguir, tem-se**

pessoas	tempo (segundos)
3	4
2	t

e como as grandezas são inversamente proporcionais $2 \cdot t = 3 \cdot 4 \Leftrightarrow t = 6$.

3) **Nessa parada específica, com um dos grupos reduzido, o tempo gasto, em segundos, passa a ser 6.**

Resposta: A

Um nutricionista verificou, na dieta diária do seu cliente, a falta de 800 mg do mineral A, de 1 000 mg do mineral 8 e de 1 200 mg do mineral C. Por isso, recomendou a compra de suplementos alimentares que forneçam os minerais faltantes e informou que não haveria problema se consumisse mais desses minerais do que o recomendado.

O cliente encontrou cinco suplementos, vendidos em sachês unitários, cujos preços e as quantidades dos minerais estão apresentados a seguir:

- Suplemento I: contém 50 mg do mineral A, 100 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R$ 2,00;
- Suplemento II: contém 800 mg do mineral A, 250 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R$ 3,00;
- Suplemento III: contém 250 mg do mineral A, 1 000 mg do mineral B e 300 mg do mineral C e custa R$ 5,00;
- Suplemento IV: contém 600 mg do mineral A, 500 mg do mineral B e 1 000 mg do mineral C e custa R$ 6,00;
- Suplemento V: contém 400 mg do mineral A, 800 mg do mineral B e 1 200 mg do mineral C e custa R$ 8,00.

O cliente decidiu comprar sachês de um único suplemento no qual gastasse menos dinheiro e ainda suprisse a falta de minerais indicada pelo nutricionista, mesmo que consumisse alguns deles além de sua necessidade.

Nessas condições, o cliente deverá comprar sachês do suplemento

a) I b) II c) III. d) IV. e) V

Resolução

1) **A tabela a seguir indica a quantidade em mg de cada mineral e a quantidade de sachês que devem ser comprados para suprir a falta de minerais indicada pelo nutricionista:**

	Mineral A	Mineral B	Mineral C	Sachês
Suplemento I	50 x 16	100 x 10	200 x 6	16
Suplemento II	800 x 1	250 x 4	200 x 6	6
Suplemento III	250 x 4	1000 x 1	300 x 4	4
Suplemento IV	600 x 2	500 x 2	1000 x 2	2
Suplemento V	400 x 2	800 x 2	1200 x 1	2

2) **Pelo preço unitário dos sachês a melhor compra, gastando menos dinheiro será dois sachês do suplemento (IV) no preço unitário de R$ 6,00, gastando portanto R$ 12,00.**

Resposta: D

Um atleta produz sua própria refeição com custo fixo de R$ 10,00. Ela é composta por 400 g de frango, 600 g de batata-doce e uma hortaliça. Atualmente, os preços dos produtos para essa refeição são:

Refeição	Frango (kg)	Batata-doce (kg)	Hortaliças (unidade)
	R$ 12,50	R$ 5,00	R$ 2,00

Em relação a esses preços, haverá um aumento de 50% no preço do quilograma de batata-doce, e os outros preços não serão alterados. O atleta deseja manter o custo da refeição, a quantidade de batata-doce e a hortaliça. Portanto, terá que reduzir a quantidade de frango.

Qual deve ser a redução percentual da quantidade de frango para que o atleta alcance seu objetivo?

a) 12,5 b) 28,0 c) 30,0

d) 50,0 e) 70,0

Resolução

1) O custo fixo da refeição é de R$ 10,00.

2) O preço do quilo do frango é R$ 12,50.

$$\begin{array}{l} 1000\text{ g} — 12{,}50 \\ \ \ 400\text{ g} — \quad x \end{array} \Leftrightarrow 1000\,x = 400\ .\ 12{,}50 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x = 5$ **reais**

3) O preço do quilo da batata doce é R$ 5,00.

$$\begin{array}{l} 1000\text{ g} — 5{,}00 \\ \ \ 600\text{ g} — \quad x \end{array} \Leftrightarrow 1000\,x = 600\ .\ 5{,}00 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x = 3$ **reais**

4) O preço de cada hortaliça é R$ 2,00.

5) Ocorreu um aumento de 50% no kg da batata doce:
1,50 . 5,00 = 7,5 reais

6) O novo preço do quilo da batata doce é R$ 7,50

$$\begin{array}{l} 1000\text{ g} — 7{,}50 \\ \ \ 600\text{ g} — \quad x \end{array} \Leftrightarrow x = 4{,}50 \text{ reais}$$

7) Assim, para manter a quantidade de batata doce e hortaliça, temos:
600 g de batata doce por R$ 4,50 e
1 hortaliça por R$ 2,00

8) **Mantendo o custo da refeição em R$ 10,00 temos ainda para comprar o frango R$ 3,50.**

$$\begin{array}{l} 1000\text{ g} \text{ — } 12{,}50 \\ \quad x \quad \text{ — } \ 3{,}50 \end{array} \Leftrightarrow 12{,}50\,x = 3{,}50 \,.\, 1000 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow$ **x = 280 g de frango**

9) **Antes era 400 g, passou para 280 g, houve uma redução de 120 g.**

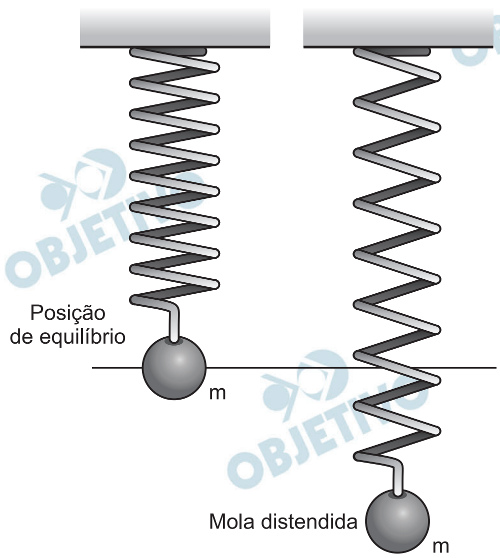
$$\begin{array}{l} 400 \text{ —— } 100\% \\ 120 \text{ —— } \quad x \end{array} \Leftrightarrow 400\,x = 120 \,.\, 100\% \Leftrightarrow$$

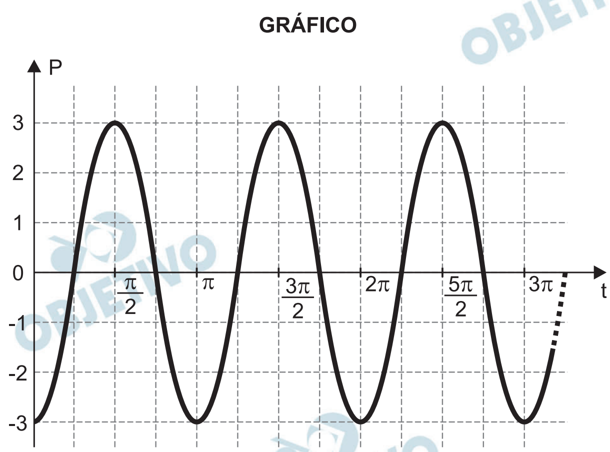
$\Leftrightarrow x = 30\%$

Resposta: C

Uma mola é solta da posição distendida conforme a figura. A figura à direita representa o gráfico da posição P (em cm) da massa m em função do tempo t (em segundo) em um sistema de coordenadas cartesianas. Esse movimento periódico é descrito por uma expressão do tipo $P(t) = \pm A \cos(\omega t)$ ou $P(t) = \pm A \operatorname{sen}(\omega t)$, em que $A > 0$ é a amplitude de deslocamento máximo e ω é a frequência, que se relaciona com o período T pela fórmula $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$.

Considere a ausência de quaisquer forças dissipativas.





A expressão algébrica que representa as posições $P(t)$ da massa m, ao longo do tempo, no gráfico, é

a) $-3 \cos(2t)$

b) $-3 \operatorname{sen}(2t)$

c) $3 \cos(2t)$

d) –6 cos *(2t)*

e) 6 sen *(2t)*

Resolução

Do gráfico do enunciado temos que P(t) = ± A cos (ωt).

1) Como T = π temos $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2.$

2) –3 ≤ P(t) ≤ 3 e P(0) ≠ –3 temos que A = 3 e a expressão é P(t) = –3 cos (2t)

Resposta: A

Para a comunicação entre dois navios é utilizado um sistema de codificação com base em valores numéricos. Para isso, são consideradas as operações triângulo Δ e estrela *, definidas sobre o conjunto dos números reais por $x\Delta y = x^2 + xy - y^2$ e $x * y = xy + x$.

O navio que deseja enviar uma mensagem deve fornecer um valor de entrada b, que irá gerar um valor de saída, a ser enviado ao navio receptor, dado pela soma das duas maiores soluções da equação $(a\Delta b) * (b\Delta a) = 0$. Cada valor possível de entrada e saída representa uma mensagem diferente já conhecida pelos dois navios.

Um navio deseja enviar ao outro a mensagem "ATENÇÃO!". Para isso, deve utilizar o valor de entrada $b = 1$.

Dessa forma, o valor recebido pelo navio receptor será

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{1}$

d) $\dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ e) $\dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}$

Resolução

1) Para o valor de entrada b = 1 temos,
$\mathbf{a\Delta 1 = a^2 + a - 1}$ **e** $\mathbf{1\Delta a = 1 + a + a^2}$

2) Assim,

$$(a\Delta 1) * (1\Delta a) = (a^2 + a - 1)(1 + a - a^2) + (a^2 + a - 1) =$$
$$= (a^2 + a - 1)(1 + a - a^2 + 1) =$$
$$= -(a^2 + a + 1)(a^2 - a - 2) = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a = -1 \text{ ou } a = 2 \text{ ou } a = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } a = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

3) Logo, o valor de saída, dado pela soma dos dois maiores valores de a é $\mathbf{2 + \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2} = \dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}}$

Resposta: $\boxed{E}$

Um parque temático brasileiro construiu uma réplica em miniatura do castelo de Liechtenstein. O castelo original, representado na imagem, está situado na Alemanha e foi reconstruído entre os anos de 1840 e 1842, após duas destruições causadas por guerras.

O castelo possui uma ponte de 38,4 m de comprimento e 1,68 m de largura. O artesão que trabalhou para o parque produziu a réplica do castelo, em escala. Nessa obra, as medidas do comprimento e da largura da ponte eram, respectivamente, 160 cm e 7cm.

A escala utilizada para fazer a réplica é

a) 1 : 576 b) 1 : 240 c) 1 : 24

d) 1 : 4,2 e) 1 : 2,4

Resolução

Do enunciado temos que:

$$\frac{160 \text{ cm}}{3840 \text{ cm}} = \frac{7 \text{ cm}}{168 \text{ cm}} = \frac{1}{24}$$

Logo, a escala utilizada para fazer a réplica é 1 : 24

Resposta: C

A demografia médica é o estudo da população de médicos no Brasil nos aspectos quantitativo e qualitativo, sendo um dos seus objetivos fazer projeções sobre a necessidade da formação de novos médicos. Um desses estudos gerou um conjunto de dados que aborda a evolução do número de médicos e da população brasileira por várias décadas. O quadro apresenta parte desses dados.

Ano	Médicos	População brasileira (em milhar)
1990	219 000	147 000
2000	292 000	170 000
2010	365 000	191 000

Segundo uma projeção estatística, a variação do número de médicos e o da população brasileira de 2010 para 2020 será a média entre a variação de 1990 para 2000 e a de 2000 para 2010. Com o resultado dessa projeção, determina-se o número de médicos por mil habitantes no ano de 2020.

Disponivel em: www.cremesp.org.br.
Acesso em: 24 jun. 2015 (adaptado).

O número, com duas casas na parte decimal, mais próximo do número de médicos por mil habitantes no ano de 2020 seria de

a) 0,17. b) 0,49. c) 1,71.
d) 2,06. e) 3,32.

Resolução

1) A média da variação do número de médicos é:

$$\frac{(292\,000 - 219\,000) + (365\,000 - 292\,000)}{2} = 73\,000$$

2) A média da variação da população é:

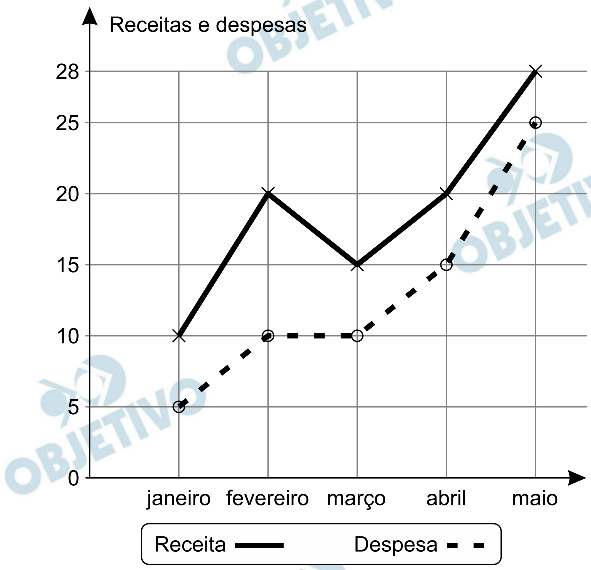
$$\frac{(191\,000 - 170\,000) + (170\,000 - 147\,000)}{2} = 22\,000$$

3) Mantendo essa variação temos que em 2020, o número de médicos será 365 000 + 73 000 = 438 000 e a população brasileira (em milhar) será de 191 000 + 22 000 = 213 000.

4) Logo, o número de médicos, por mil habitantes no ano de 2020 será de $\frac{438\,000}{213\,000} \cong 2{,}06$.

Resposta: D

A receita *R* de uma empresa ao final de um mês é o dinheiro captado com a venda de mercadorias ou com a prestação de serviços nesse mês, e a despesa *D* é todo o dinheiro utilizado para pagamento de salários, contas de água e luz, impostos, entre outros. O lucro mensal obtido ao final do mês é a diferença entre a receita e a despesa registradas no mês. O gráfico apresenta as receitas e despesas, em milhão de real, de uma empresa ao final dos cinco primeiros meses de um dado ano.



A previsão para os próximos meses é que o lucro mensal não seja inferior ao maior lucro obtido até o mês de maio. Nessas condições, o lucro mensal para os próximos meses deve ser maior ou igual ao do mês de

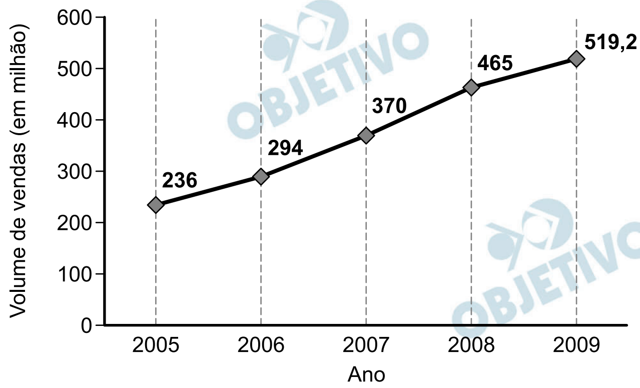
a) janeiro.
b) fevereiro.
c) março.
d) abril.
e) maio.

Resolução

Como o lucro é dado pela diferença entre receita e despesa, do gráfico, o maior lucro acontece em fevereiro. Assim, o lucro mensal para os próximos meses, que não deve ser inferior ao maior lucro obtido até o mês de maio, deve ser maior ou igual ao mês de fevereiro.

Resposta: B

A depressão caracteriza-se por um desequilíbrio na química cerebral. Os neurônios de um deprimido não respondem bem aos estímulos dos neurotransmissores. Os remédios que combatem a depressão têm o objetivo de restabelecer a química cerebral. Com o aumento gradativo de casos de depressão, a venda desses medicamentos está em crescente evolução, conforme ilustra o gráfico.



Veja, 10 fev. 2010 (adaptado).

No período de 2005 a 2009, o aumento percentual no volume de vendas foi de

a) 45,4.

b) 54,5.

c) 120.

d) 220.

e) 283,2.

Resolução

No período de 2005 a 2009, o aumento percentual no volume de vendas foi de

$$\frac{519,2 - 236}{236} = \frac{283,2}{236} = 1,2 = 120\%$$

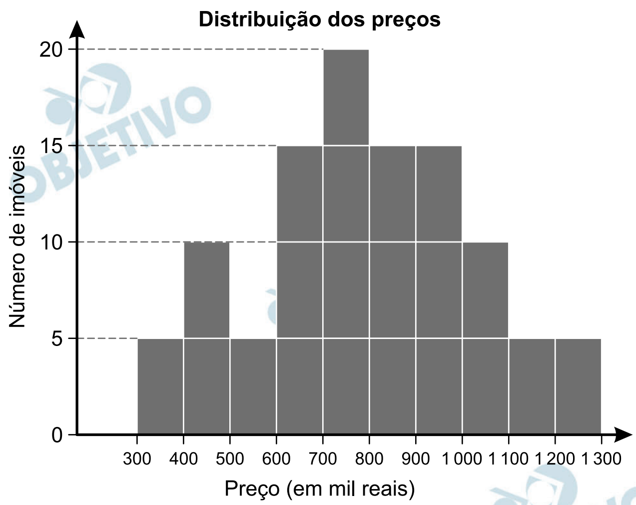
Resposta: C

167

Um casal está planejando comprar um apartamento de dois quartos num bairro de uma cidade e consultou a página de uma corretora de imóveis, encontrando 105 apartamentos de dois quartos à venda no bairro desejado. Eles usaram um aplicativo da corretora para gerar a distribuição dos preços do conjunto de imóveis selecionados.

O gráfico ilustra a distribuição de frequências dos preços de venda dos apartamentos dessa lista (em mil reais), no qual as faixas de preço são dadas por]300, 400],]400, 500],]500, 600],]600, 700],]700, 800],]800, 900],]900, 1 000],]1 000, 1 100],]1 100, 1 200] e]1 200, 1 300].

A mesma corretora anuncia que cerca de 50% dos apartamentos de dois quartos nesse bairro, publicados em sua página, têm preço de venda inferior a 550 mil reais. No entanto, o casal achou que essa última informação não era compatível com o gráfico obtido.



Com base no gráfico obtido, o menor preço, p (em mil reais), para o qual pelo menos 50% dos apartamentos apresenta preço inferior a p é

a) 600.

b) 700.

c) 800.

d) 900.

e) 1 000.

Resolução

O menor preço p, que garante que pelo menos 50% dos apartamentos apresentem preços inferiores a p, corresponde à mediana dos 105 valores. Portanto, o 53° valor.

Da distribuição dos preços apresentada, pode-se concluir que este valor está na faixa]700; 800], pois

$$\begin{cases} 5 + 10 + 5 + 15 = 35 < 53 \\ 5 + 10 + 5 + 15 + 20 = 55 > 53 \end{cases}$$

Se o preço, em mil reais, for 800, com certeza pelo menos 50% dos apartamentos apresentaram preço inferior a p.
Não é possível garantir, porém, que este seja o menor valor de p.

Resposta: Gabarito Oficial: C

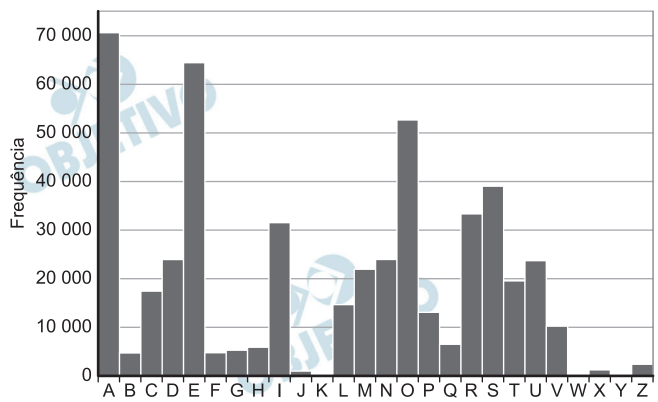
A Cifra de César é um exemplo de um método de codificação de mensagens usado por Júlio César para se comunicar com seus generais.

No método, cada letra era trocada por uma letra que aparecia no alfabeto um número fixo de casas adiante (ou atrás) de forma cíclica. A seguir temos um exemplo em que cada letra é substituída pela que vem três posições à frente.

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Codificado	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Para quebrar um código como esse, a análise de frequências das letras de um texto é uma ferramenta importante.

Uma análise do texto do romance *O guarani*, de José de Alencar, que é composto por 491 631 letras, gerou o seguinte gráfico de frequências:



Disponível em: ewv.dominiopublíco.gov.br. Acesso em: 71ev. 2015.

Após codificar esse texto com a regra do exemplo fornecido, faz-se nova análise de frequência no texto codificado.

As quatro letras mais frequentes, em ordem decrescente de frequência, do texto codificado são

a) A, E, O e S.
b) D, E, F e G.
c) D, H, R e V.
d) R, L, B e X.
e) X, B, L e P.

Resolução

De acordo com o gráfico, que apresenta a frequência das letras originais, as que possuem maior frequência são A, E, O e S. Assim, serão os 4 primeiros colocados em ordem decrescente de frequência e suas letras codificadas serão D, H, R e V, respectivamente.

Resposta: C

169

O quadro apresenta o número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

Ano	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Terremotos	15	16	13	15	16	11	11	18	12	17	24	20

Disponível em https://earthquake.usgs.gov//earthquakes/browse/m7-world.php. Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado).

Um pesquisador acredita que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período. Segundo esse pesquisador, o número anual típico de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é

a) 11.

b) 15.

c) 15,5.

d) 15,7.

e) 17,5.

Resolução

O rol do número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é dado por:

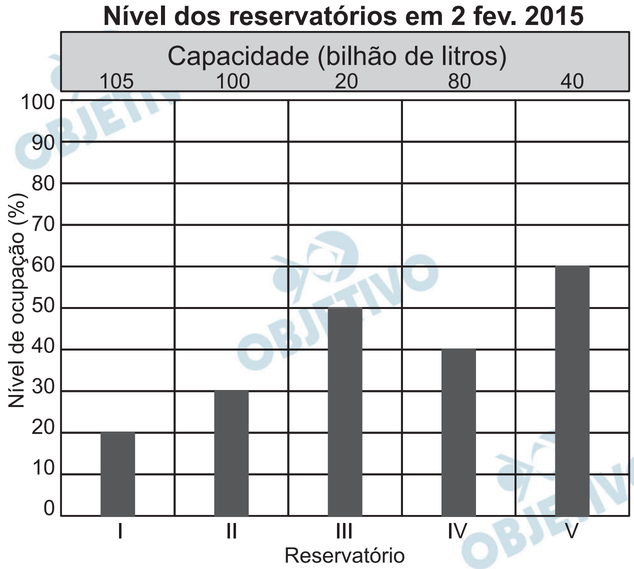
$$11 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 15 \quad \boxed{15 \quad 16} \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 20 \quad 24$$

Sendo a mediana = $\dfrac{15 + 16}{2}$ **= 15,5.**

Resposta: C

170

O gráfico apresenta o nível de ocupação dos cinco reservatórios de água que abasteciam uma cidade em 2 de fevereiro de 2015.



Nessa data, o reservatório com o maior volume de água era o

a) I.

b) II.

c) III.

d) IV.

e) V.

Resolução

O volume de água, em bilhões de litros, de cada reservatório, considerando o nível de ocupação e a capacidade fornecida são:

$$V_I = \frac{20}{100} \cdot 105 = 21$$

$$V_{II} = \frac{30}{100} \cdot 100 = 30$$

$$V_{III} = \frac{50}{100} \cdot 20 = 10$$

$$V_{IV} = \frac{40}{100} \cdot 80 = 32$$

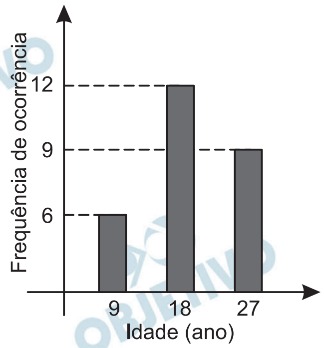
$$V_V = \frac{60}{100} \cdot 40 = 24$$

Portanto, o reservatório com maior volume de água é o reservatório IV com 32 bilhões de litros.

Resposta: D

171

Uma pessoa realizou uma pesquisa com alguns alunos de uma escola, coletando suas idades, e organizou esses dados no gráfico.



Qual é a média das idades, em ano, desses alunos?

a) 9

b) 12

c) 18

d) 19

e) 27

Resolução

A média das idades é:

$$M = \frac{9 \cdot 6 + 18 \cdot 12 + 27 \cdot 9}{27}$$

$$M = \frac{54 + 216 + 243}{27}$$

$$M = \frac{513}{27}$$

$$\boxed{M = 19}$$

Resposta: D

172

Em um estudo realizado pelo IBGE em quatro estados e no Distrito Federal, com mais de 5 mil pessoas com 10 anos ou mais, observou-se que a leitura ocupa, em média, apenas seis minutos do dia de cada pessoa. Na faixa de idade de 10 a 24 anos, a média diária é de três minutos. No entanto, no grupo de idades entre 24 e 60 anos, o tempo médio diário dedicado à leitura é de 5 minutos. Entre os mais velhos, com 60 anos ou mais, a média é de 12 minutos.

A quantidade de pessoas entrevistadas de cada faixa de idade seguiu a distribuição percentual descrita no quadro.

Faixa etária	Percentual de entrevistados
De 10 a 24 anos	x
Entre 24 a 60 anos	y
A partir de 60 anos	x

Disponível em: www.oglobo.com. Acesso em: 16 ago. 2013 (adaptado).

Os valores de x e y do quadro são, respectivamente, iguais a

a) 10 e 80.

b) 10 e 90.

c) 20 e 60.

d) 20 e 80.

e) 25 e 50.

Resolução

Calculando a média ponderada dos grupos, temos:

$$\frac{x\% \cdot 5000 \cdot 3 + y\% \cdot 5000 \cdot 5 + x\% \cdot 5000 \cdot 12}{5000} = 6$$

$15 \cdot x\% + 5 \cdot y\% = 6$
$0{,}15x + 0{,}05y = 6 \quad \text{(I)}$

Do quadro, temos:
$x + y + x = 100$
$y = 100 - 2x \quad \text{(II)}$

Susbtituindo (II) em (I), temos:
$0{,}15x + 0{,}05\,(100 - 2x) = 6$
$0{,}15x + 5 - 0{,}10x = 6$
$0{,}05x = 1$

$$x = \frac{1}{0{,}05}$$

$$\boxed{x = 20}$$

Substituindo x em (II), temos:

$y = 100 - 2 \cdot 20$

$y = 60$

Resposta: C

Um zootecnista pretende testar se uma nova ração para coelhos é mais eficiente do que a que ele vem utilizando atualmente. A ração atual proporciona uma massa média de 10kg por coelho, com um desvio padrão de 1 kg, alimentado com essa ração durante um período de três meses.

O zootecnista selecionou uma amostra de coelhos e os alimentou com a nova ração pelo mesmo período de tempo. Ao final, anotou a massa de cada coelho, obtendo um desvio padrão de 1,5 kg para a distribuição das massas dos coelhos dessa amostra.

Para avaliar a eficiência dessa ração, ele utilizará o coeficiente de variação (*CV*) que é uma medida de dispersão definida por $CV = \frac{s}{\overline{x}}$, em que s representa o desvio padrão e $\overline{x}$, a média das massas dos coelhos que foram alimentados com uma determinada ração.

O zootecnista substituirá a ração que vinha utilizando pela nova, caso o coeficiente de variação da distribuição das massas dos coelhos que foram alimentados com a nova ração for menor do que o coeficiente de variação da distribuição das massas dos coelhos que foram alimentados com a ração atual.

Asubstituição da ração ocorrerá se a média da distribuição das massas dos coelhos da amostra, em quilograma, for superior a

a) 5,0.

b) 0,5.

c) 10,0.

d) 10,5.

e) 15,0.

Resolução

O coeficiente de variação da ração atual é dado por

$$CV_{atual} = \frac{1}{10}$$

Seja x a média da distribuição das massas dos coelhos com a nova ração.

O coeficiente de variação da nova ração é dada por

$$CV_{nova} = \frac{1,5}{x}$$

Para que ocorra a troca de ração é necessário que $CV_{nova} < CV_{atual}$.

Assim, temos:

$$\frac{1{,}5}{x} < \frac{1}{10}$$

$15 < x$

$x > 15$

Resposta: $\boxed{E}$

174

Uma rede de hamburgueria tem três franquias em cidades distintas. Visando incluir um novo tipo de lanche no cardápio, o gerente de marketing da rede sugeriu que fossem colocados à venda cinco novos tipos de lanche, em edições especiais. Os lanches foram oferecidos pelo mesmo período de tempo em todos os franqueados. O tipo que apresentasse a maior média por franquia seria incluído definitivamente no cardápio. Terminado o período de experiência, a gerência recebeu um relatório descrevendo as quantidades vendidas, em unidade, de cada um dos cinco tipos de lanche nas três franquias.

	Lanche I	**Lanche II**	**Lanche III**	**Lanche IV**	**Lanche V**
Franquia I	415	395	425	430	435
Franquia II	415	445	370	370	425
Franquia III	415	391	425	433	420

Com base nessas informações, a gerência decidiu incluir no cardápio o lanche de tipo

a) I.

b) II.

c) III.

d) IV.

e) V.

Resolução

Calculando a média das quantidades vendidas de cada tipo de lanche, temos:

Lanche I: $M_I = \dfrac{415 + 415 + 415}{3} = 415$

Lanche II: $M_{II} = \dfrac{395 + 445 + 390}{3} = 410$

Lanche III: $M_{III} = \dfrac{425 + 370 + 425}{3} = 406{,}66...$

Lanche IV: $M_{IV} = \dfrac{430 + 370 + 433}{3} = 411$

Lanche V: $M_V = \dfrac{435 + 425 + 420}{3} = 426{,}66...$

A maior média obtida foi a do lanche V.

Resposta: E

175

Uma grande rede de supermercados adota um sistema de avaliação dos faturamentos de suas filiais, considerando a média de faturamento mensal em milhão. A matriz da rede paga uma comissão para os representantes dos supermercados que atingirem uma média de faturamento mensal (M), conforme apresentado no quadro.

Comissão	Média de faturamento mensal (M)
I	$1 \leq M < 2$
II	$2 \leq M < 4$
III	$4 \leq M < 5$
IV	$5 \leq M < 6$
V	$M \geq 6$

Um supermercado da rede obteve os faturamentos num dado ano, conforme apresentado no quadro.

Faturamento mensal (em milhão de real)	Quantidade de meses
3,5	3
2,5	2
5	2
3	4
7,5	1

Nas condições apresentadas, os representantes desse supermercado avaliam que receberão, no ano seguinte, a comissão de tipo

a) I.

b) II.

c) III.

d) IV.

e) V.

Resolução

Calculando a média do faturamento, temos:

$$M = \frac{3,5 \cdot 3 + 2,5 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 7,5 \cdot 1}{3 + 2 + 2 + 4 + 1} =$$

$$M = \frac{10,5 + 5,0 + 10,0 + 12,0 + 7,5}{12} =$$

$$M = \frac{45}{12}$$

M = 3,75

Como 2 ≤ 3,75 < 4, os representantes receberão a comissão II.

Resposta: B

176

Aplicativos que gerenciam serviços de hospedagem têm ganhado espaço no Brasil e no mundo por oferecer opções diferenciadas em termos de localização e valores de hospedagem. Em um desses aplicativos, o preço P a ser pago pela hospedagem é calculado considerando um preço por diária d, acrescido de uma taxa fixa de limpeza L e de uma taxa de serviço. Essa taxa de serviço é um valor percentual s calculado sobre o valor pago pelo total das diárias.

Nessa situação, o preço a ser pago ao aplicativo para uma hospedagem de n diárias pode ser obtido pela expressão

a) $P = dn + L + d \, . \, n \, . \, s$

b) $P = d \, . \, n + L + d \, . \, s$

c) $P = d + L + s$

d) $P = d \, . \, n \, . \, s + L$

e) $P = d \, . \, n + L + s$

Resolução

Se considerarmos como "s" sendo uma porcentagem a ser calculado sobre o total da diária teremos:

$P = d \, . \, n + L + d \, n \, s$

Resposta: A

Observação:

Porém, se considerarmos que "s" é o valor já calculado do serviço, temos:

$P = d \, n + L + s$, que resultaria na alternativa E

177

O organizador de uma competição de lançamento de dardos pretende tornar o campeonato mais competitivo. Pelas regras atuais da competição, numa rodada, o jogador lança 3 dardos e pontua caso acerte pelo menos um deles no alvo. O organizador considera que, em média, os jogadores têm, em cada lançamento, $\frac{1}{2}$ de probabilidade de acertar um dardo no alvo.

A fim de tornar o jogo mais atrativo, planeja modificar as regras de modo que a probabilidade de um jogador pontuar em uma rodada seja igual ou superior a $\frac{9}{10}$. Para isso, decide aumentar a quantidade de dardos a serem lançados em cada rodada.

Com base nos valores considerados pelo organizador da competição, a quantidade mínima de dardos que devem ser disponibilizados em uma rodada para tornar o jogo mais atrativo é

a) 2. b) 4. c) 6. d) 9. e) 10.

Resolução

Como a probabilidade de acertar o alvo é $\frac{1}{2}$, temos que a probabilidade de errar o alvo é $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Portanto, no lançamento de n dardos, a probabilidade de haver ao menos um acerto é dada por:

$$P = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Para que a probabilidade de pontuar seja maior ou igual a $\frac{9}{10}$, temos:

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{9}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{10} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n \geq 4$$

Portanto a quantidade mínima é 4.
Resposta: B

178

A Copa do Brasil teve, até a edição de 2018, 15 times diferentes como campeões da competição, conforme apresentado na imagem. Suponha que, como homenagem aos times campeões, a Confederação Brasileira de Futebol (CBF) pretenda colocar um painel na sua sede. Esse painel teria 6 linhas e, em cada uma delas, 5 placas, referentes a cada edição da competição, com o nome do time vencedor, o brasão e o ano do titulo. O painel deve ser fabricado de modo que a primeira linha só tenha clubes gaúchos (Internacional, Grêmio e Juventude); a segunda, apenas times cariocas (Flamengo, Vasco e Fluminense); a terceira, somente times mineiros (Cruzeiro e Atlético Mineiro); a quarta, exclusivamente clubes paulistas (Corinthians, Palmeiras, Santos, Paulista FC, Santo André), e as duas últimas sem nenhuma restrição.

Disponível em: http://campeosdofutebol.com.br, Acesso em: 1 nov. 2015 (adaptada).

Qual expressão determina a quantidade de painéis diferentes que a CBF poderá montar?

a) $\dfrac{7!}{5!} \cdot \dfrac{5!}{3!} \cdot \dfrac{7!}{6!} \cdot \dfrac{9!}{3!\,.\,3!}\ .\ 10!$

b) $7!\,.\,5!\,.\,7!\,.\,9!\,.\,10!$

c) $30!$

d) $\dfrac{7!}{5!\,.\,5!} \cdot \dfrac{7!}{5!\,.\,2!} \cdot \dfrac{9!}{5!\,.\,4!}$

e) $\dfrac{9!}{3!}\ .\ 5!\ .\ \dfrac{7!}{2!} \cdot \dfrac{9!}{4!}\ .\ 10!$

Resolução

Para a primeria linha, temos 7 títulos, portanto há $A_{7,5} = \dfrac{7!}{2!}$ maneiras de dispor.

Para a segunda linha, temos 5 títulos podendo ser dispostos de $P_5 = 5!$ maneiras.
Para a terceira linha, são 7 títulos, portanto há $A_{7,5} = \dfrac{7!}{2!}$ maneiras de dispor.

Para a quarta linha, temos 9 títulos que podem ser dispostos de $A_{9,5} = \dfrac{9!}{4!}$ maneiras.

Para as duas últimas linhas sobram os 10 títulos restantes que podem ser dispostos de $P_{10} = 10!$ modos.

Logo, há um total de $\dfrac{7!}{2!} \cdot 5! \cdot \dfrac{7!}{2!} \cdot \dfrac{9!}{4!} \cdot 10!$ painéis diferentes.

Resposta: SEM ALTERNATIVA

179

Um segmento de reta está dividido em duas partes na proporção áurea quando o todo está para uma das partes na mesma razão em que essa parte está para a outra. Essa constante de proporcionalidade é comumente representada pela letra grega φ, e seu valor é dado pela solução positiva da equação $\varphi^2 = \varphi + 1$.

Assim como a potência φ^2, as potências superiores de w podem ser expressas da forma $a\varphi + b$, em que *a* e *b* são inteiros positivos, como apresentado no quadro.

φ^2	φ^3	φ^4	φ^5	φ^6	φ^7
$\varphi + 1$	$2\varphi + 1$	$3\varphi + 2$	$5\varphi + 3$	$8\varphi + 5$	...

A potência φ^7, escrita na forma $a\varphi + b$ (a e b são inteiros positivos), é

a) $5\varphi + 3$

b) $7\varphi + 2$

c) $9\varphi + 6$

d) $11\varphi + 7$

e) $13\varphi + 8$

Resolução

Do quadro apresentado, concluímos que os coeficientes a e b seguem a sequência de Fibonacci, definidas por $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ e $b_n = b_{n-1} + b_{n-2}$, logo $a_7 = 8 + 5 = 13$ e $b_7 = 5 + 3 = 8$, portanto $\varphi^7 = (8\varphi + 5\varphi) + (5 + 3) = 13\varphi + 8$

Resposta: $\boxed{\text{E}}$

180

O Atomium, representado na imagem, é um dos principais pontos turísticos de Bruxelas. Ele foi construido em 1958 para a primeira grande exposição mundial depois da Segunda Guerra Mundial, a Feira Mundial de Bruxelas.

Trata-se de uma estrutura metálica construída no formato de um cubo. Essa estrutura está apoiada por um dos vértices sobre uma base paralela ao plano do solo, e a diagonal do cubo, contendo esse vértice, é ortogonal ao plano da base. Centradas nos vértices desse cubo, foram construídas oito esferas metálicas, e uma outra esfera foi construída centrada no ponto de interseção das diagonais do cubo. As oito esferas sobre os vértices são interligadas segundo suas arestas, e a esfera central se conecta a elas pelas diagonais do cubo.

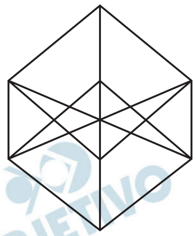
Todas essas interligações são feitas por tubos cilindricos que possuem escadas em seu interior, permitindo o deslocamento de pessoas pela parte interna da estrutura. Na diagonal ortogonal à base, o deslocamento é feito por uni elevador, que permite o deslocamento entre as esferas da base e a esfera do ponto mais alto, passando pela esfera central.

Considere um visitante que se deslocou pelo interior do Atomium sempre em linha reta e seguindo o menor trajeto entre dois vértices, passando por todas as arestas e todas as diagonais do cubo.

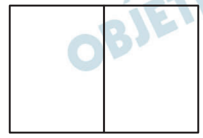
Disponível em: http://trupedatrip.com. Acesso em: 25 out. 2019.

A projeçnao ortogonal sobre o plano do solo do trajeto percorrido por esse visistante é representado por

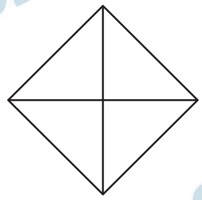
a)



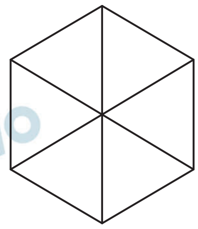
d)



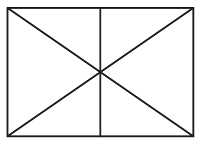
b)



e)



c)



Resolução

Ao projetarmos o cubo sobre o plano do solo temos que dois dos vértices estão no centro da figura e os outros seis formam um hexágono.

Resposta: $\boxed{E}$