

ESTE CADERNO CONTÉM TODAS AS **36** QUESTÕES DO 2º DIA DE PROVA, OU SEJA, **06** QUESTÕES DE CADA UMA DAS DISCIPLINAS: MATEMÁTICA (M), FÍSICA (F), QUÍMICA (Q), BIOLOGIA (B), GEOGRAFIA (G) E HISTÓRIA (H). DE ACORDO COM A CARREIRA ESCOLHIDA, NO 2º DIA DE PROVA O CANDIDATO RECEBEU UM CADERNO CONTENDO SOMENTE **12** QUESTÕES: **06** QUESTÕES DE DUAS DISCIPLINAS OU **04** QUESTÕES DE TRÊS DISCIPLINAS (NESTE CASO, SEMPRE AS QUATRO PRIMEIRAS DE CADA DISCIPLINA) OU **03** QUESTÕES QUATRO DISCIPLINAS (NESTE CASO, SEMPRE AS TRÊS PRIMEIRAS DE CADA DISCIPLINA).



Universidade de São Paulo
Brasil



PROVA DE SEGUNDA FASE

2º DIA

Instruções

1. **Só abra este caderno quando o fiscal autorizar.**
2. Verifique se o seu nome está correto na capa deste caderno. Informe ao fiscal de sala eventuais divergências.
3. Durante a prova, são **vedadas** a comunicação entre candidatos e a utilização de qualquer material de consulta e de aparelhos de telecomunicação.
4. Duração da prova: 4 horas. O(A) candidato(a) poderá retirar-se da sala definitivamente apenas a partir das 15 h. Não haverá tempo adicional para transcrição de respostas, que deverão ser redigidas em língua portuguesa.
5. O(A) candidato(a) deverá seguir as orientações estabelecidas pela FUVEST a respeito dos procedimentos de biossegurança adotados para a aplicação deste Concurso Vestibular.
6. Lembre-se de que a FUVEST se reserva ao direito de efetuar procedimentos adicionais de identificação e controle do processo, visando a garantir a plena integridade do exame.
7. Após a autorização do fiscal da sala, verifique se o caderno está completo. Informe ao fiscal de sala eventuais divergências.
8. Os espaços em branco nas páginas dos enunciados podem ser utilizados para rascunho. O que estiver escrito nesses espaços não será considerado na correção.
9. A resposta de cada questão deverá ser escrita exclusivamente no quadro a ela destinado, utilizando caneta esferográfica de **tinta azul**. Nas questões que exigem cálculo, é indispensável indicar a resolução na folha de respostas.
10. Ao final da prova, é **obrigatória** a devolução deste caderno de questões.

Declaração

Declaro que li e estou ciente das informações que constam na capa desta prova, bem como dos avisos que foram transmitidos pelo fiscal de sala.

ASSINATURA

O(a) candidato(a) que não assinar a capa da prova será considerado(a) ausente da prova.

M01

Uma sequência de números naturais é construída da seguinte forma: seu primeiro termo t_1 é escolhido como sendo um número natural qualquer. Se t_1 for par, então $t_2 = \frac{t_1}{2}$ e, se t_1 for ímpar, então $t_2 = 3t_1 + 1$. Os termos seguintes t_n são obtidos de acordo com essa mesma regra. Por exemplo, se $t_1 = 3$, então $t_2 = 10$, $t_3 = 5$, $t_4 = 16$ e assim por diante.

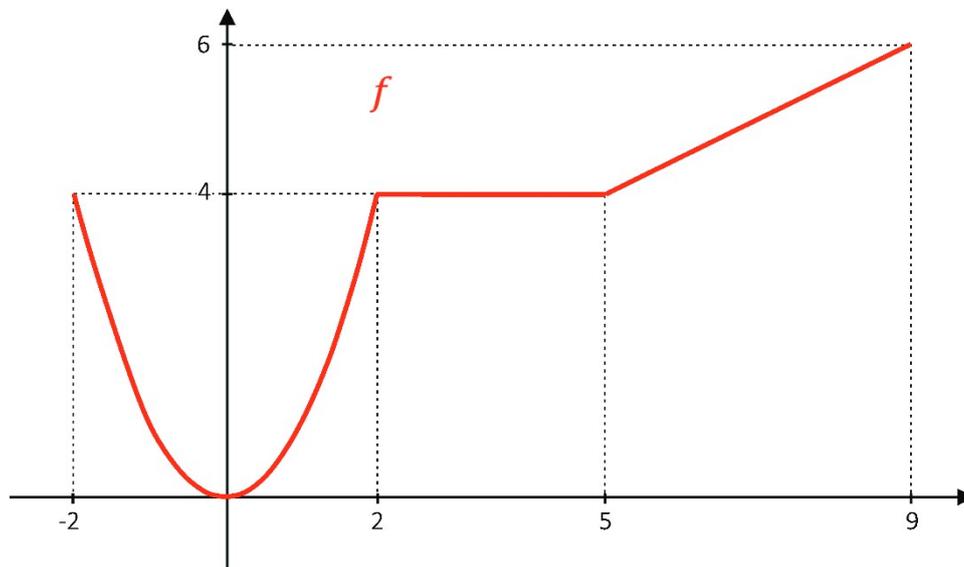
Dessa forma, a partir de $t_1 \in \mathbb{N}$, para cada $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, a sequência t_n é definida como

$$t_n = \begin{cases} \frac{t_{n-1}}{2}, & \text{se } t_{n-1} \text{ for par} \\ 3t_{n-1} + 1, & \text{se } t_{n-1} \text{ for ímpar} \end{cases}.$$

- Para $t_1 = 22$, determine t_4 .
- Determine todos os possíveis t_1 para os quais $t_4 = 10$.
- Para $t_1 = 26$, determine t_{2022} .

M02

Uma função f está definida no intervalo $[-2, 9]$ da seguinte forma: para $x \in [-2, 2]$, f leva x em x^2 e, no restante do domínio, o seu gráfico é formado por dois segmentos de reta conforme mostra a figura.



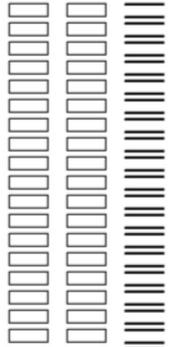
- Apresente todos os intervalos do domínio da função f nos quais ela é crescente.
 - Determine os valores de f nos pontos $x = -\frac{3}{2}$, $x = \frac{7}{2}$ e $x = 8$.
 - Para cada valor de $x \in]0, 9[$, considere o retângulo R_x com vértices nos pontos $A = (x, 0)$, $B = (9, 0)$, $C = (9, f(x))$ e $D = (x, f(x))$. Escreva a expressão da área de R_x , em função de x , para x no intervalo $]0, 9[$.
-

PROVA 2

FUVEST 2022

PROVA 2

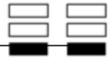
FUVEST 2022



<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5
<input checked="" type="checkbox"/>	-



<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5
<input checked="" type="checkbox"/>	-



M03

Considere o conjunto C de pontos do plano cartesiano da forma (m, n) , com m e n pertencentes a $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

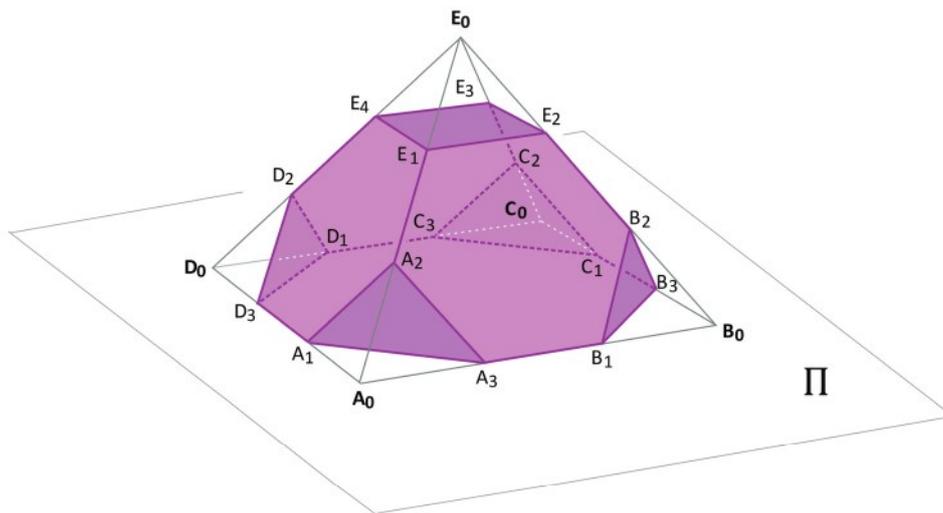
- Apresente todos os pontos (m, n) de C para os quais o produto $m \cdot n$ é maior do que 60.
- Sorteando-se um ponto (m, n) de C , com iguais probabilidades para todos os pontos, qual é a probabilidade de que a fração $\frac{m}{n}$ seja **redutível**?
- Sorteando-se, com iguais probabilidades, **dois pontos distintos** de C , qual é a probabilidade de que a distância entre eles seja igual a $\sqrt{13}$?

Note e Adote:

Uma fração $\frac{m}{n}$ é **redutível** quando m e n possuem um divisor natural em comum, além do 1.

M04

Uma pirâmide \mathbf{P} tem base quadrada $A_0B_0C_0D_0$ de lado medindo 1 u.m. , apoiada em um plano Π , e quatro faces que são triângulos equiláteros, ligando a base ao ápice E_0 de \mathbf{P} . Os dezesseis pontos $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, D_3, E_1, E_2, E_3$ e E_4 , indicados na figura, dividem cada aresta da pirâmide em três segmentos de igual medida.



Um novo sólido \mathbf{S} , em destaque na figura, é produzido subtraindo-se de \mathbf{P} as cinco pirâmides $A_0A_1A_2A_3, B_0B_1B_2B_3, C_0C_1C_2C_3, D_0D_1D_2D_3$ e $E_0E_1E_2E_3E_4$. Determine:

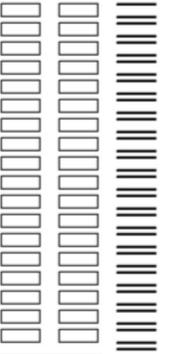
- o perímetro da face de \mathbf{S} que se apoia em Π , cujos vértices são $A_1, A_3, B_1, B_3, C_1, C_3, D_1$ e D_3 .
- o volume de \mathbf{S} .
- a distância entre A_1 e E_2 .

PROVA 2

FUVEST 2022

PROVA 2

FUVEST 2022



<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5
<input checked="" type="checkbox"/>	-



<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5
<input checked="" type="checkbox"/>	-



M05

Considere, no plano cartesiano, a circunferência com centro no ponto $(0, 3)$ e com raio 2 e, para cada $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, a parábola cuja equação é $y = ax^2 + 1$.

- Para $a = -1$, encontre o ponto comum entre a circunferência e a parábola.
- Para $a = 1$, apresente 3 pontos em comum entre a circunferência e a parábola.
- Encontre todos os valores de a para os quais a circunferência e a parábola possuam exatamente 3 pontos em comum.

M06

Uma empresa distribuidora de alimentos tem latas de ervilha (E) e latas de milho (M), em dois pesos, 1 kg e 2kg, totalizando 4 (quatro) tipos de latas: E1 e E2 (ervilha, em pesos de 1kg e 2kg, respectivamente) e M1 e M2 (milho, em pesos de 1kg e 2kg, respectivamente). Essas latas são agrupadas em pacotes para envio aos comerciantes. Dois pacotes de latas são considerados **iguais** se contiverem a mesma quantidade de latas de cada tipo, independentemente da maneira como são organizadas no pacote.

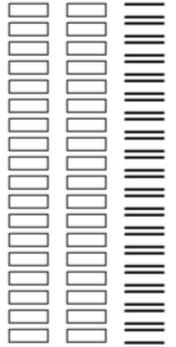
- Quantos pacotes diferentes pesando, cada um, exatamente 200kg (**duzentos quilos**) podem ser montados usando-se apenas latas dos tipos **E1 e E2**? Na contagem, deve-se também levar em conta pacotes formados por apenas **1** tipo dessas latas.
 - Quantos pacotes diferentes pesando, cada um, exatamente 200kg (**duzentos quilos**) podem ser montados usando-se apenas latas dos tipos **E1, E2 e M1**? Na contagem, deve-se também levar em conta pacotes formados por apenas **1 ou 2** tipos dessas latas.
 - Quantos pacotes diferentes pesando, cada um, exatamente 20kg (**vinte quilos**) podem ser montados usando-se latas dos tipos **E1, E2, M1 e M2**? Na contagem, deve-se também levar em conta pacotes formados por apenas **1, 2 ou 3** tipos dessas latas.
-

PROVA 2

FUVEST 2022

PROVA 2

FUVEST 2022



<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5
<input checked="" type="checkbox"/>	-



<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5
<input checked="" type="checkbox"/>	-

